形態骨架法與 **FUZZY** 骨架法之比較研究

計劃編號　: NSC 87-2213-E-009-010

執行期限　: 86 年 8 月 1 日起 至 87 年 7 月 31 日止

主持人: 薛元澤（交通大學資訊科學系教授）

共同主持人:

中文摘要

在電腦視覺的研究領域中，形狀的描述是很重要的一環，它通常被用來當作是電腦視覺系統在做特徵抽取和辨識時的輸入資料。其中尤以骨架轉換最引起我們的興趣，因為骨架是一種幾何形狀的表示方式。目前已有許多發表的論文提供骨架化的方法，而本計劃的重點放在形態骨架法和 FUZZY 骨架法的探討上。

在本報告中，我們回顧了過去關於形態骨架法與 FUZZY 骨架法的相關文獻資料，比較了兩種骨架法的優缺點，並提出一個演算法則（algorithm）將形態骨架轉換成 FUZZY 骨架，為說明這個演算法則，我們使用一些實際的影像來做實驗，實驗結果顯示，對於經過平滑化（smoothing）的影像，經由我們的演算法則所求出的 FUZZY 骨架總是使用較少的記憶空間。

關鍵詞：數學形態學，*L*—影像，形態骨架法，Fuzzy 骨架法

英文摘要

Shape description is an important field of research in computer vision. It is often used as a source of a prior information for feature extraction and recognition in a machine vision system. Of particular interest is the skeleton transformation since it is a geometrical shape representation. Many methods have been proposed to compute the skeleton or medial axis. In this project, we focus our study on the morphological skeletonization and the fuzzy skeletonization.

In this report, we brief review the morphological skeletonization and the fuzzy skeletonization, compare the defect and the advance between them. We also propose a new algorithm to translate the morphological skeleton to the fuzzy skeleton of the image. For demonstrating the proposed algorithm, we apply it to some practical images. The experimental results reveal that the fuzzy skeleton produced by the proposed algorithm need less memory for smoothed images.

Keywords: Mathematical morphology, *L*-images, Morphological skeletonization, Fuzzy skeletonization.

計劃緣由與目的

在影像處理的領域裡，骨架法是一個主要的討論重點，物體的骨架提供了自然而且可公式化的形狀表示法。目前已有許多發表的論文提供骨架化的方法，他們之中的大部份是根據“野火漫燒”或是最大內接圓的概念發展出來的。

本計畫主要重點放在形態骨架法與Fuzzy 骨架法的探討上，因為數學形態學及 FUZZY 數學在影像的分析與處理上都是很有用的工具，而且這兩種骨架化的方法都是根據最大內接圓的概念導出來的。本計畫將討論他們之間的關係，並且加以實作比較，同時，也將探討將骨架化在其他方面應用的可能性。

實驗方法與結果

(1) 分析與探討形態骨架法及 FUZZY 骨架法的特性。形態骨架法及 FUZZY 骨架法都是基於最大內接圓的概念而推導出來的，而用 FUZZY 骨架法來表示影像時，不僅須要比原先影像更多的儲存空間，且由於要判斷 Fuzzy disk 是否為 Maximum disk，必須耗費大量的計算時間於集合的包含(set inclusion)運算上；形態骨架法則較易於以平行的架構來運算，且可使用 Maragos 所提出的快速運算法則來求得形態骨架法，這兩種骨架法均可由其骨架將原圖重見回來。

(2) 推導形態骨架法及 FUZZY 骨架法之間的關連性。

灰階影像的形態骨架可由下列的公式表示:

$$ng = \underbrace{g \oplus g \oplus \cdots \oplus g}_{n\ \text{times}},\quad n = 1, 2, \cdots, N$$

$$[S_n(f)](x) = \begin{cases} 0 & (f \ominus ng)(x) = [(f \ominus ng) \circ g](x) \\ (f \ominus ng)(x) & (f \ominus ng)(x) > [(f \ominus ng) \circ g](x) \end{cases},$$

$$[SK_{mrf}(f)](x) = \max_{n=0}^{N}\{\, [S_n(f)](x) \,\}$$ 究

而原圖則可由下式來重建:

$$f = [[[[S_N(f) \oplus g] \vee S_{N-1}(f)] \oplus g] \vee S_{N-2}(f) \cdots] \oplus g \vee S_0(f)$$

FUZZY 骨架法由 Fuzzy disk 的中心點座標，半徑，灰階值所組成，Fuzzy disk 的定如下:

$$g_p^f(q) = \inf_{d(p,r) = d(p,q)} f(r),$$

FUZZY 骨架轉換（Fuzzy Medial Axis Transformation）即是由不超過影像的 maximal convex fuzzy disk 所組成。

形態骨架法及 FUZZY 骨架法都可以重建其原始影像，故其二者都與未骨架化前的原始影像有關係，所以兩者之間已存在一個間接關係，而我們也發展出一個由形態骨架轉換到 FUZZY 骨架的運算法則。假設 DISKMAP 是一個與影像同大小的二維陣列(array)，其中每一個元素都是一個指向一個記錄 Fuzzy disk 灰階串列(link)的指標(pointer)，該法則敘述如下：

Step 1: 由形態骨架法計算出形態骨架，並記錄下 $S_0, S_1, \cdots, S_N$

Step 2: for(k=0; k<=N; k++){

Search skeleton points in

```
        skeleton subset  S_k.
        If( S_k(p)  ==skeleton point ){
          If( DISKMAP(p) != NULL )
        {
              Add point  S_k(p)  to the
              end of link
              DISKMAP(p);
          }
          else {
              if( k == 0 ){
                Add point  S_k(p)  to
                the end of link
                DISKMAP(p);
              }
              else {
                Dilate  S_k  by
                structure element g for
                a dilated skeleton
                subet  S''_k;
                For( l=0; l<k; l++) {
                  Add point  S''_k(p)
                  to the end of link
                  DISKMAP(p);
                }
              }
          }
        }
Step 3: For all elements on the
        DISKMAP {
          If( DISKMAP(p) !=
NULL ){
              Output fuzzy disk center at
              point p;
          }
        }
```

(3) 我們使用一些實際的影像來驗證我們提出的演算法則，圖一是兩個例圖。實驗結果顯示在一般情行下，我們的演算法則比教耗時且找出的骨架點(skeleton point)數也較多，但所需儲存空間較少，如圖一的(a)圖，請參考表一，這是因為我們的演算法則求出的 fuzzy disk 大部份是半徑較小的，而在平滑化(smoothing)之後的影像（如圖四）上或原本即較平滑的影像（如圖一的(b)圖），不管是儲存空間或是計算時間的須求，我們的演算法則的表現均較 FUZZY 骨架法為優。

結論與討論

在本報告中我們探討了形態骨架法及 FUZZY 骨架法的特性，並提出一個新的演算法則，用來將形態骨架轉換到 FUZZY 骨架，實驗的結果顯示，對於平滑化後的影像，我們所提出的演算法則，不管是在計算時間及儲存空間的表現，都較 FUZZY 骨架法為優。

參考文獻

[1] J. Serra, *Image analusys and Mathematical Morphology*, Academic Press, London,1988.

[2] C.R. Giardina, and E.R. Dougherty, *Morphological Methods in image and Signal processing*, Prentice-Hall, New Jersey, 1987.

[3] S. Wang, A.Y. Wu, and A.Posenfeld, "Image Approximation from Gray Scale "Medial Axes", " *IEEE Trans. patt. Anal. Machine Intell.*, Vol. PAMI-3, N0.6, pp.687-696 Nov. 1981.

[4] S. Wang, A. Rosenfeld, and A.Y. Wu, "A Medial Axis Transformation for Grayscale Pictures," *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.,* Vol. PAMI-4, No4, pp. 419-421, July 1982.

[5] S. Peleg and A. Rosenfeld, "A

Min-Max Medial Axis Transformation", *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.,* Vol. PAMI-3, No. 2, pp. 208-210, March 1981.

[6] F. Leymarie and M.D. Levine, "Simulating the Grassfire Transform Using an Active Contour Model," *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.,* Vol. PAMI-14, No1, pp. 56-75, Jan. 1992.

[7] M.M. Wright and F. Fallside, "Skeletonization as model-based feature detection", *IEEE Proceedings-I,* Vol. 140, No.1, pp 7-11, Feb. 1993

[8] P.A. Maragos and R.W. Schafer, "Morphological Skeletion Representation and Coding of Binary Images", *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Process.*, Vol. ASSP-34, No. 5, pp. 1228-1244, Oct. 1986

[9] P.A. Maragos, "Aunified theory theory of translation-invariant systems with applications to morphological analysis and coding of images," Ph. D. dissertation, School of Elec. Eng, Georgia Inst. Technol., Atlanta, GA, July 1985.

[10] Y. Xia, "Skeletonization Via the Realization of the Fire Front's Propagation and Extinction in Digital Binary Shapes," *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, Vol. 11, No. 10, pp 1076-1086, Oct. 1989.

[11] Tun-We Pai and John H.L. Hansen, "Boundary-Constrained Morphological Skeletion Minimization and Skeketon Reconstruction," *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, Vol. 16, No. 2, pp. 210-208, Feb. 1994.

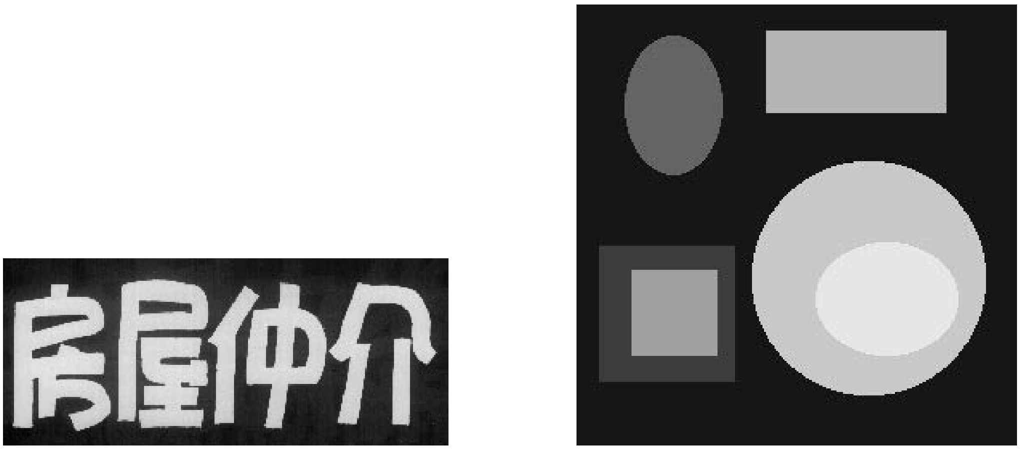
[12] Z. Zhou and A.N. Venetsanopoulos, "Analysis and Implementation of Morphological Skeleton Transforms," *Circuits Systems Signal Process.*, Vol. 11, No. 1, pp. 253-280, 1992.

[13] Sen-Ren Jan and Yuang-Cheh Hsueh "Morphological Skeletonization on *l*-images," *Conf. CVGIP'96*, Taiwan, pp. 47-52, 1996.

[14] S.K. Pal, "Fuzzy Skeletionzation of an image," *Patt. Recog. Lett.*, 10, pp. 17-23, 1989.

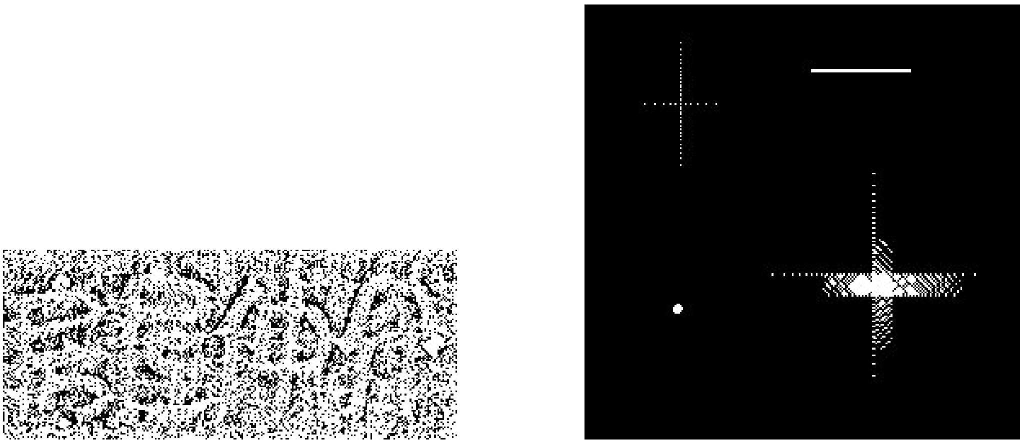
[15] S.K. Pal and A. Rosenfeld "A fuzzy medial axis transformation based on fuzzy disks," *Patt. Recog. Lett.,* 12, pp. 585-690, 1991.

[16] S.K. Pal and Lui Wang, "Fuzzy Medial Axis Transformation (FMAT): Practical feasibility," *Fuzzy Sets and Systems*, 50, pp. 15-34, 1992.



(a) (b)

Figure 1. Origin images.



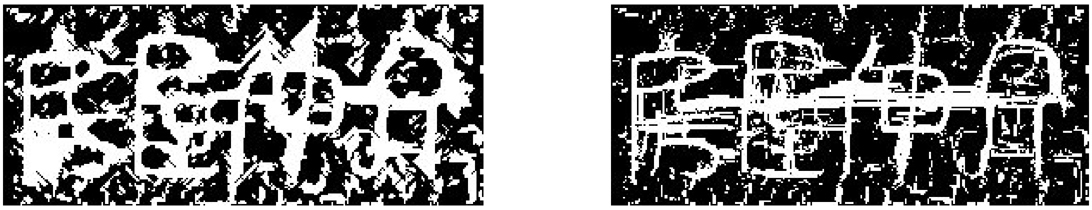
(a) (b)

Figure 2. Fuzzy skeleton of origin images.

(a) (b)

Figure 3. Morphological skeleton of origin images.

Figure 4. Smoothed images.



(a) (b)

Figure 5. (a) Fuzzy skeleton of smoothed images; (b) Morphological skeleton of smoothed images.

Table 1.

Image file name	Fuzzy skeletonization			Morphological skeletonization		
	Skeleton points	Time used (sec.)	Storage need (bytes)	Skeleton points	Time used (sec.)	Storage need (bytes)
Fig. 1(a)	22522	32.33	585464	23244	36.66	462468
Fig. 1(b)	1100	82.08	153252	410	58.37	44348
Fig. 4	14300	379.85	1225388	10119	36.42	477728