

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

由波速推估顆粒材料應力狀態之可能性探討

A Study on Estimating the In-situ Stresses of Granular Material

計畫編號：NSC90-2211-E009-068

執行期限：90年8月1日至91年7月31日

主持人：潘以文 國立交通大學土木工程學系

計畫參與人員：劉智超 國立交通大學土木工程學系

一、中文摘要

本研究之目的為根據顆粒材料微觀力學理論，由土層的波速量測資料反推應力狀態的可行性探討。此構想是想模擬由現地跨孔法量測不同方向的波速資料，然後反推現地的應力狀態。本研究使用國立交通大學研發的標度槽，控制側向位移為0，使試體維持在 K_0 狀態。一系列的垂直載重依先加壓再解壓的順序施加力量於乾實落試體上。本研究以顆粒材料微觀力學為基礎，配合波傳理論及基因演算的最佳化分析，以推估顆粒集合體的 K_0 值。從應力量測計算所得的 K_0 值與經理論分析反推所得的 K_0 值之結果顯示，若有足夠的波速分佈資料，則經由理論分析推估 K_0 值是可行的，此意味著由現地震動法所得的波速量測資料，亦可經由理論分析推估其現地的應力狀態。

關鍵詞：顆粒材料、微觀力學、波傳、組構、最佳化方法

This study aims to explore the possibility for estimating stress state in a level ground of granular soil by seismic methods on the basis of micromechanics theory. This work made use of a field simulator to control a K_0 condition in specimens. A series of vertical loading containing subsequent loading and unloading were applied to the specimen prepared by pluviation. In general, the K_0 values determined experimentally in this work agreed with the exiting empirical relations. K_0 value was also calibrated from measured anisotropic wave-velocities using an optimization procedure. From the comparison of the back-calculated and measured results of K_0 , it revealed the feasibility for the determination of the in-situ lateral stress in granular soil by seismic methods and on the basis of micromechanics theory as long as enough wave-velocity measurements along various directions of wave-propagation were available.

Keywords: Granular material; Micromechanics; Wave Propagation; Fabric; Optimization Procedure

二、緣由與目的

現地應力的評估是大地工程領域的重要課題，但是由於大地材料所受應力歷史的複雜性，使得現地應力的評估更為不易。顆粒集合體的波速是組構與應力狀態的函數。利用剪力波速與應力狀態的關係(Roesler, 1979)，Sully 與 Campanella (1995)及 Fioravante 等人(1998)從量測的剪力波速推估 K_0 。他們假設土壤為橫向等向性材料且主應力在垂直與水平方向上。Sully 與 Campanella (1995)得出如下結論：剪力波速比（水平向波速與垂直向波速之比）視土壤的組構與應力狀態而定，但組構的影響程度較應力狀態還大。因此，若要從測得的剪力波速成功的推估 K_0 ，則必須先正確的定出土壤的組構。

如果可以獲得足夠的不同方向的波速量測資料，則從波速量測資料推估組構與應力狀態是可行的。本研究探討使用震動法推估現地側向應力的可行性。下列內容依順序包括方法論的理論背景、試驗計畫、結果與討論以及結論。

三、理論背景

從量測的波速分佈推估 K_0 的方法包含一個類似於 Pan 與 Dong(1999)所提用以評估顆粒集合體組構的分析方法。本分析方法包含以下三個部分：(1)顆粒材料微觀力學模式，(2)彈性波傳理論，(3)最佳化方法。圖1概述概念性的步驟。本節提出此方法論簡略的說明。

顆粒材料微觀力學模式

顆粒材料的組構決定材料的力學行為，而組構又分為幾何組構（微結構的特性）與接觸力組構（接觸力的分佈）。若指定組構狀態，則彈性組成關係可根據微觀力學決定。例如 Chang 與 Misra (1990)導出理想顆粒集合體的彈性勁度 C_{ij} 為與幾何組構（接觸法線的密度函數）的函數。

根據 Hertz-Mindlin 接觸理論，平均的局部

法線接觸勁度 $\bar{k}_n(\bar{n})$ 與切線接觸勁度 $\bar{k}_t(\bar{n})$ 可表示為幾何組構與接觸力組構的函數。

Kanatani (1984) 提出以單位向量之分量的多項式展開來表示組構變數的密度函數。他共定義三類的組構張量表示式，其中第三類二階的組構張量足以描述橫向等向性材料的組構，故本研究使用此張量表示式描述組構。對於理想顆粒集合體而言，可以使用 Chang 等人 (1995) 的靜態平衡理論，從應力狀態與堆積組構推估接觸力的分佈。一旦應力狀態與幾何組構被決定，接觸力分佈就可被算出 (Pan 與 Dong, 1999)。

橫向等向性材料的波傳理論

天然顆粒的堆積通常為橫向等向性的。對於軸 3 為對稱軸的橫向等向性材料而言，獨立的彈性常數有 5 個 (即 E_{11} , E_{33} , E_{12} , E_{23} 與 E_{66})，其他的彈性常數為 $E_{22}=E_{11}$, $E_{13}=E_{23}$, $E_{55}=E_{66}$, $E_{44}=(E_{11}-E_{12})/2$ 及 $E_{14}=E_{24}=E_{34}=E_{56}=0$ 。已知彈性常數的橫向等向性材料的波傳速度為旋轉對稱軸和波傳方向間夾角的函數，則沿著任意特定方向傳播的其 P 波波速與兩個 S 波波速均可以理論解計算得到 (Pan 與 Dong, 1999)。

最佳化方法

本研究之 $\Phi(x)$ 定義為誤差平方 (error square) 函數 $\Phi(x) = \sum_{i=1}^n [U_i(x) - V_i]^2$

其中 $U_i(x)$, ($i=1, n$) 為 n 個經計算所得之不同方向或不同型態的波速值; V_i , ($i=1, n$) 則為 n 個對應的量測波速值; x 為待定參數，因波速為微觀參數 (α , β 及 D_{33}) 與應力狀態的函數 (Pan 與 Dong, 1999)，則 x 為微觀參數與應力狀態。最佳化過程即為尋找一組 x 使得目標函數為最小。

本研究結合傳統的數值最佳化方法與基因演算法，以基因演算法快速的逼近全域最佳值，再將逼近的全域最佳值做為傳統數值最佳化方法的起始猜測值，以求得全域的最佳值，如此可兼顧最佳化的效率與精確度。

四、試驗計畫

本研究的實驗材料為渥太華砂 (C-109)。實驗儀器採用國立交通大學 Hsu 和 Huang (1998) 研發成功的標度槽或謂現地模擬槽，標度槽主體和側向壓力控制流程如圖 2 所示。

砂由貫落器落下，經由分散器落至標度槽內而製成試體，其相對密度由貫落器底盤的開孔大小所控制。本研究的量測系統包括波形產生器、放大器、訊號的激發器與接收器及訊號的擷取與分析系統。本實驗共鋪設 5 層的地音探測器 (geophone)，其配置如圖 3 所示。在試樣製作過程中，由各環個別控制側向壓力使每環控制在 K_0 狀態，加/解壓的側向位移臨界值為 $\pm 0.01\text{mm}$ ，使各環的側向平均應

變量在 $\pm 4.06 \times 10^{-6}$ 之內。當貫落完之後，加上頂蓋，即進行加壓與解壓。試體的垂直加壓路徑為 $0 \text{ kPa} \rightarrow 26.73 \text{ kPa} \rightarrow 51.7 \text{ kPa} \rightarrow 100.05 \text{ kPa} \rightarrow 51.7 \text{ kPa} \rightarrow 26.73 \text{ kPa} \rightarrow 0 \text{ kPa}$ (不含砂的自重及頂蓋重，自重為標度槽中間高度的垂直覆土壓力，頂蓋重 $= 3.47 \text{ kPa}$)。在不同應力階段，分別量測不同方向或不同型態的波速值。本研究在各應力階段量測 5 個不同方向的 P 波，3 個不同方向的 S_h 波及 2 個不同方向的 S_v 波共 10 個波速量測值。為了避免加/解載造成動態效應，加壓與解壓需以非常緩慢的速率進行，本研究以微小增量方式作階梯式加壓/解壓，加壓/解壓速率約為 1 kPa/min 。

五、實驗結果與分析

顆粒參數的決定

本研究使用的顆粒材料為渥太華砂 (C-109) 為石英砂，結晶石英顆粒的平均彈性常數假設為 $E_s = 86.85 \text{ GPa}$ 與 $G_s = 31.14 \text{ GPa}$ ，其對應的柏松比 ν_s 等於 0.39 。石英顆粒間 (saturated) 的摩擦角平均為 26° 。Oda (1977) 發現平均共軸數 n 與顆粒的粒徑分佈無關，而與孔隙比 e 有良好的相關性。Chang 等人 (1991) 提出 $e = 1.66 - 0.125 \cdot n$ 。

實驗結果

(1) 波速量測結果

圖 4、5 分別為在不同的應力狀態下，相對密度 $D_r = 95\%$ 及 $D_r = 62.3\%$ 的 P 波波速分佈，圖中 “L” 表示加壓階段而 “U” 表示解壓階段。

試體製作完成時，此時的載重較小，波速的異向性主要反應組構的異向性，此階段的水平波傳速度均小於垂直波傳速度，意味著水平接觸點數較垂直接觸點數少，同時也表示水平方向的楊氏模數小於垂直方向的楊氏模數。

(2) 應力狀態量測結果

本研究扣除接近上下邊界各 2 環，其餘 7 環的側向伸長量與應力資料納入統計平均。相對密度為 $D_r = 95\%$ 及 $D_r = 62.3\%$ 於不同垂直應力下 (K_0 控制) 各環的側向應力與平均 K_0 分別如表 1 及表 2 所示 (表中垂直應力含砂的自重及頂蓋重)。

組構之率定

本研究採用 Kanatani 所定義二階第三類組構張量來逼近顆粒集合體的組構，其形式如 $f(\bar{n}) = \frac{1}{4\pi} (1 + D_{ij} \bar{n}_i \bar{n}_j)$

若將貫落而成的顆粒集合體視為橫向等向性材料，則其組構為軸對稱分佈，即上式中的 $D_{12}=D_{21}=D_{13}=D_{31}=D_{23}=D_{32}=0$, $D_{22}=D_{11}=-D_{33}/2$ 。若為均向組構，則 $D_{33}=D_{22}=D_{11}=0$ ，即 $f(\bar{n}) = 1/4\pi$ ；若 $D_{33} > 0$ ，表示垂直方向的接觸點數大於水平方向的接觸點數。

參數率定結果

除了應力狀態 K_0 之外，微觀參數 (法線接觸勁度之微觀參數 α 、切線接觸勁度之微觀參數 β 及組構

參數 D_{33} 亦為欲率定的參數。因加壓階段的結構變化不大 (K_0 控制下)，此階段三個應力狀態的所有波速量測資料 (共 30 筆) 被用以率定參數；而解壓階段每個應力狀態需個別率定，因此只有 10 筆波速資料可用。參數率定之結果如表 3 所示。

(1) 法線接觸勁度之微觀參數 α

根據不同理論限制， α 應介於 1/4 與 1/3 之間，本研究於不同相對密度的渥太華砂所率定出之 α 值均介於上下限之間。

(2) 切線接觸勁度之微觀參數 β

率定的結果顯示：在極緊密的狀態下，由於顆粒的平均接觸點數較多，表示所受的束制較大，因此切線接觸勁度之微觀參數 β 較小，約接近於 0；而相對密度越低的微觀參數 β 有越高的趨勢。一般而言，顆粒集合體在較高的應力狀態下，由於有較大的束制作用，因此有較低的微觀參數 β ；且在相同的垂直載重下，解壓狀態較加壓狀態有較高的微觀參數 β 。

(3) 結構參數 D_{33}

不同相對密度下，結構參數的率定結果顯示，越緊密的顆粒集合體所率定的結構參數 D_{33} 越小且越接近於零，這表示顆粒集合體在極緊密的狀態下，接觸法線的分佈比較均向。

(4) 應力狀態參數 K_0

加壓段應力狀態參數，率定值與量測值間誤差至多 7%。應力狀態率定及量測結果顯示，解壓階段較加壓階段所率定的應力狀態參數 K_0 與量測值相較有較大的誤差，可能的原因是解壓階段可用於參數率定的資料筆數較少，若能增加量測筆數，相信應能改善此種情形。

六、計畫成果自評

本研究的主要目的是想根據微觀力學理論與利用震動法的波速量測資料，以推估現地應力狀態的可能性探討。初步顯示本研究所採方法論可推估出合理的 K_0 。目前使用跨孔法量測盡可能多的現地不同方向的波速，理論上似乎不困難。因此使用本研究所提的方法論推估現地的應力狀態是可期待的。整體自評，實際執行之計劃成果接近原計畫目標。

七、參考文獻

Chang, C.S., Chao, S.J. & Chang, Y. (1995). Estimates of elastic moduli for granular material with anisotropic random packing structure. *Int. J. of Solids Struct.*, **32**, No.14, 1989-2008.

Chang, C.S. & Misra, A. (1990). Packing structure and mechanical properties of granulates. *J. Engrg. Mech.*, **116**, No.5, 1077-1093.

Chang, C.S., Misra, A. and Sundaram, S.S., "Properties of granular packings under low amplitude cyclic loading," *Soil Dynamics*

and Earthquake Engineering, Vol. 10, No. 4, pp. 201-211 (1991).

Chang, C.S., Sundaram, S.S. & Misra, A. (1989). Initial moduli of particulate mass with frictional contacts. *Int. J. Numer. Anal. Methods in Geomech.*, **13**, No.6, 629-644.

Fioravante, V., Jamiolkowski, M., Lo Presti, D.C.F., Manfredini, G. & Pedroni, S. (1998). Assessment of the coefficient of the earth pressure at rest from shear wave velocity measurements. *Geotechnique*, **48**, No.5, 657-666.

Hsu, H.H. & Huang, A.B. (1998). Development of an Axisymmetric Field Simulator for Cone Penetration Tests in Sand. *Geotechnical Testing Journal*, GTJODJ, **21**, No.4, 348-355.

Kanatani, K. (1984). Distribution of directional data and fabric tensors. *Int. J. Engrg. Sci.*, **22**, No.2, 149-164.

Mindlin, R.D. and Deresiewicz, H., "Elastic spheres in contact under varying oblique forces," *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 20, No. 3, pp. 327-344 (1953).

Oda, M., "Co-ordination number and its relation to shear strength of granular material," *Soils and Foundations*, Japanese Society of Soils Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 17, No. 2, pp. 29-42 (1977).

Pan, Y.W. & Dong, J.J. (1999). A Micromechanics-based Methodology for Evaluating the Fabric of Granular Material. *Geotechnique*, **49**, No.6, 761-775.

Roesler, S. (1979). Anisotropic shear modulus due to stress anisotropy. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, **105**, No. GT7, 871-880.

Sully, J.P. & Campanella, R.G. (1992). In situ shear wave velocity determination using seismic cone penetrometer for evaluating soil anisotropy. *Proc. 10th Wld Conf. Earthquake Engng, Madrid*, vol. 3, 1269-1274.

表 1 各環的側向應力及平均 K_0 ($D_r=95\%$)

	Ring No.	Vertical stress (kPa)				
		Loading stages		Unloading stages		
Horizontal stress (kPa)	4	37.81	62.78	111.13	62.78	37.81
	5	12.9	21.7	41.6	33.3	23.5
	6	18.4	28.2	48.0	41.2	30.6
	7	18.5	28.5	48.2	41.2	30.2
	8	17.5	28.7	47.1	41.8	30.8
Average horizontal stress (kPa)	4-8	12.3	21.7	41.8	33.9	23.7
Average K_0	4-8	15.92	25.76	45.34	38.28	27.76
	4-8	0.421	0.410	0.408	0.610	0.734

表 2 各環的側向應力及平均 K_0 ($D_r=62.3\%$)

	Ring No.	Vertical stress (kPa)				
		Loading stages		Unloading stages		
Horizontal stress (kPa)	3	18.8	31.0	54.3	44.8	33.1
	4	15.0	26.3	49.0	39.6	27.9
	5	14.8	26.3	49.1	39.5	28.5
	6	17.7	28.9	52.0	42.6	31.1
	7	16.7	28.6	52.0	43.0	32.0
	8	17.3	28.6	51.5	42.2	30.4
Average horizontal stress (kPa)	3~9	16.56	28.04	51.06	41.71	30.26
Average K_0	3~9	0.443	0.450	0.461	0.669	0.809

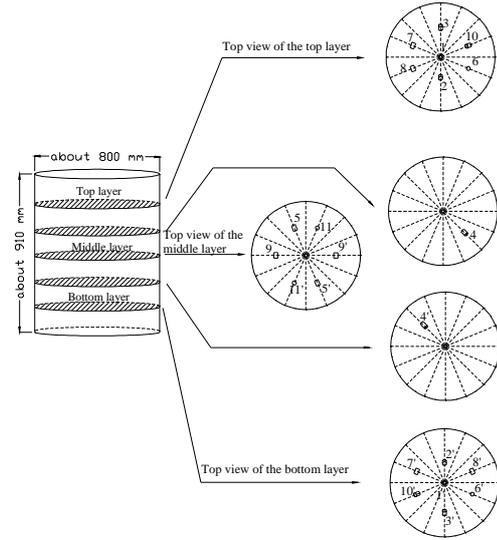


圖 3 地音探測器配置圖

表 3 參數率定的結果

	σ_v (kPa)	Measured parameter K_0	Calibrated parameters				
			α	β	D_{33}	K_0	
$D_r=95\%$	Loading stages	37.81~111.13	0.408~0.421	0.2950	0	-0.087	0.411
	Unloading stages	62.78	0.610	0.2950	0	-0.258	0.679
		37.81	0.734	0.2950	0.020	-0.419	0.735
$D_r=62.3\%$	Loading stages	37.4~110.72	0.443~0.461	0.2917	0.076	0.244	0.465
	Unloading stages	62.37	0.669	0.2922	0.349	0.033	0.665
		37.4	0.809	0.2896	0.067	0.052	0.865

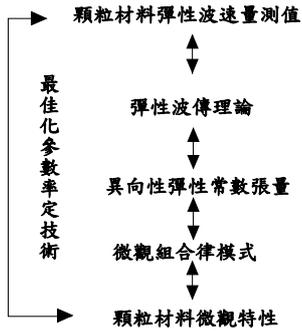


圖 1 顆粒材料之微觀分析程序

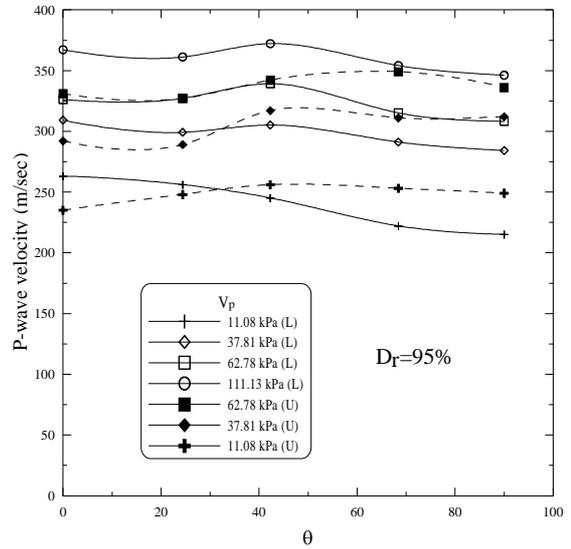


圖 4 P 波波速分佈 ($D_r=95\%$)

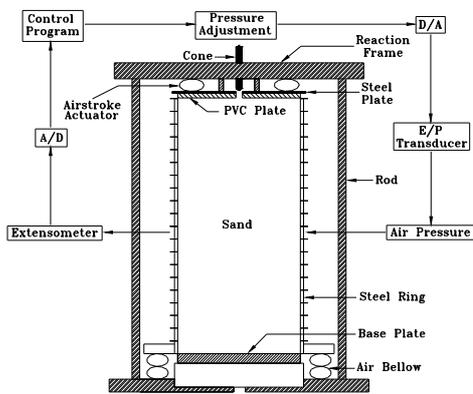


圖 2 現地模擬槽主體結構示意圖

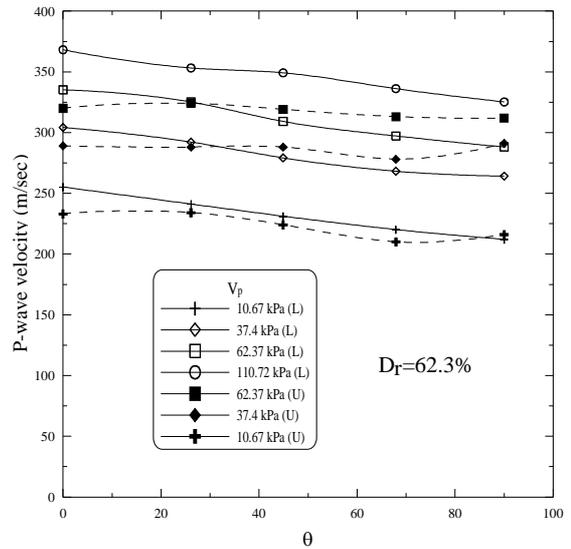


圖 5 P 波波速分佈 ($D_r=62.3\%$)