

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

(三度空間 GPS 衛星追蹤資料推求重力場)

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 89 - 2211 - E - 009 - 041

執行期間： 88 年 08 月 01 日至 89 年 07 月 31 日

計畫主持人：黃金維

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：交通大學土木工程學系

中 華 民 國 89 年 10 月 30 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

計畫編號：NSC 89 - 2211 - E - 009 - 041

執行期限：88 年 08 月 01 日至 89 年 07 月 31 日

主持人：黃金維

國立交通大學土木工程學系

計畫參與人員：顏宇俊，游輝欽 國立交通大學土木工程學系

一、中文摘要

本研究利用 GPS 的載波相位加速度求解衛星的加速度。而衛星的加速度乃地球重力場的梯度，因此可由加速度反求重力場。目前，以 GPS 相位求解加速度的研究已經成功的被應用在地面上，惟在衛星高度上的研究則未見相關參考文件，而且也存在許多問題。在本研究中，吾人發展了一套利用 GPS/MET 的 GPS 相位觀測資料求解衛星加速度的方法，並且利用求得的加速度計算地位係數。本研究的數值實驗結果顯示：(1) 相位法對於衛星軌道的誤差並不敏感、(2) 經過一次差分的相位求得的加速度較未差分相位之結果為佳、(3) 相位法求得之加速度與真值(利用數值微分法解得者)之差值的 RMS 在 100 mgal 的數量級、(4) 由加速度解得之地位模式反應出的重力趨勢與 EGM96 製造者相似。

關鍵詞：全球定位系統、相位加速度、重力

Abstract

This study explores another use of GPS by deriving satellite's positional accelerations from GPS phase accelerations. Satellite accelerations are explicit functions of earth's gravity field, thus allowing gravity recovery. Currently, study of GPS phase-derived accelerations has been conducted near the ground, but not at satellite altitude, where more problems exist than the former. In this study, we have developed a procedure to compute GPS/MET's accelerations from its GPS phase observations, and to compute

geopotential coefficients from the accelerations. The results of our numerical experiments show that: (1) the method is insensitive to satellite orbit error, (2) use of single-differenced phases produces a better result than the use of non-differenced phases, (3) the RMS difference between the phase-derived accelerations and the true ones (as derived from numerical differentiations) are on the order of 100 mgals, and (4) the recovered coefficients from the accelerations result in gravity patterns similar to those produced by EGM96.

Keywords: GPS、phase acceleration、gravity

二、緣由與目的

本研究的主要目的在將 GPS 的應用，推廣到衛星加速度的求解上。即利用酬載 GPS 接收器的衛星進行 GPS 載波相位觀測以求得衛星之加速度。而加速度乃重力之梯度，由此關係更可解算球諧係數 (spherical harmonic coefficients)、衛星高度之重力擾動 (gravity disturbance) 及垂線偏差等。而本研究主要將應用解得的衛星加速度於地位模式的求取上。

三、結果與討論

3.1 GPS 載波相位觀測理論

(一) 基本觀測模式

在理想狀況下，由 GPS 衛星發射的載波相位，與接收器產生的載波相位的差值，加上一整數週波未定值 (cycle ambiguity)，便可求得載波在衛星與接收器間傳遞的時間差，由此時間差乘上載波行進的速率便可求得兩者之間的距離。不過事實上，載波在傳遞過程中會有若干系統性誤差產生，例如：接收器的時錶誤差、衛星的頻率誤差、傳遞延遲 (電離層 對流層效應) 及多路徑 (multipath) 效應等。因此，Teunissen and Kleusberg (1995) 提出了以下的單向 (one-way) 相位觀測模式：

$$\begin{aligned} \zeta_m^p(t_m) = & \frac{f}{C} \dots_m^p(t_m, t^p) + f(\Delta t_m(t_m) - \Delta t^p(t^p)) \\ & + \zeta_m(t_0) - \zeta^p(t_0) + N_m^p - \frac{f}{C} I_m^p + \frac{f}{C} T_m^p + \text{Um}_m^p + \text{V}_m^p \end{aligned} \quad (1)$$

其中

- t_m, t^p : 載波被接收與發射的時刻
- ζ_m^p : 發射自衛星與接收器產生的相位差
- f : 載波的標稱頻率
- C : 光在真空中的速率
- \dots_m^p : 衛星發射載波時刻與接收器接收載波時刻間的距離
- $\Delta t_m, \Delta t^p$: 接收器與衛星的時錶誤差
- $\zeta_m(t_0), \zeta^p(t_0)$: 接收器與衛星時錶之初始相位偏移量
- N_m^p : 整數週波未定值
- $I_m^p, T_m^p, \text{Um}_m^p, \text{V}_m^p$: 電離層、對流層延遲；多路徑效應與其他雜訊

(二) 無電離層線性組合

無電離層線性組合主要的目的在消除載波相位觀測模式(1)式中的 I_m^p 項。由於電離層的影響量與頻率平方成反比關係，吾人可依此關係導得觀測方程式如下：

$$\begin{aligned} \zeta_{m,IF}^p & \equiv \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \zeta_{m,1}^p - \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} \zeta_{m,2}^p \\ & = \frac{f_1}{C} \dots_m^p + f_1(\Delta t_m - \Delta t^p) + \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} N_{m,1}^p - \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} N_{m,2}^p + T_m^p + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

其中，下標 1 與 2 分別表示 L1 與 L2。

(三) 載波相位之差分 (Differences)

考慮 GPS 觀測模式的誤差來源，在同一個時刻下常使用的有一次差與二次差 (Rizos, 1996)。一次差又可區分為「地面 (between receiver)」與「空中 (between satellite)」的一次差，不過由於本研究的實驗對象是酬載於 MicroLab-1 衛星上的單一接收器，所以吾人採用的是對 GPS 衛星的一次差分。由於同一時刻下，接收器的時錶誤差 Δt_m 與初始相位偏移 ϕ_m 是相同的，因此可藉此差分將之消除。一次差分的載波相位觀測模式可表達如下：

$$\begin{aligned}\phi_m^{p,q} &= \phi_m^p - \phi_m^q \\ &= \frac{f}{C} \dots^{p,q} + f(\Delta t^q - \Delta t^p) - \phi^{p,q} \\ &\quad + N_m^{p,q} - I_m^{p,q} + T_m^{p,q} + U_m^{p,q} + V_m^{p,q}\end{aligned}\quad (3)$$

(3)式中， p 與 q 分別表示接收器 m 同時追蹤的兩顆 GPS 衛星，而上標 p, q 則表示兩者的差值。若吾人採用無電離層相位線性組合，再對時間分別做一次與二次微分，則可得無電離層一次差相位速度與加速度，如下：

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_{m,3}^{p,q} &= \dot{\phi}_{m,3}^p - \dot{\phi}_{m,3}^q = \frac{f_1}{C} \cdot \dot{\phi}_m^{p,q} + f_1(\dot{\phi}^q - \dot{\phi}^p) + \dot{\phi}_{m,3}^{p,q} \\ \ddot{\phi}_{m,3}^{p,q} &= \ddot{\phi}_{m,3}^p - \ddot{\phi}_{m,3}^q = \frac{f_1}{C} \ddot{\phi}_m^{p,q} + f_1(\ddot{\phi}^q - \ddot{\phi}^p) + \ddot{\phi}_{m,3}^{p,q}\end{aligned}\quad (4)$$

其中，接收器的時錶誤差已經由差分消除，電離層效應延遲亦透過相位之線性組合消除，差分後的初始相位偏移、週波未定值則因微分而消除。吾人在數值實驗時，即使用(4)式的相位速度、加速度乘上常數 C/f_1 當作距離時變量 $\dot{\phi}$ 與其導數 $\ddot{\phi}$ 的近似值。

3.2 利用 GPS 載波相位推求衛星之加速度

(一) 視線加速度的公式推導

為了座標系統的一致性與配合衛星運動方程的需求，在以下介紹的所有公式推導皆在地心慣性座標系中進行 (Jekeli and Garcia, 1997)。首先，空間中 m 與 p 之距離向量及純量可表示成：

$$\vec{x}_m^p = \vec{x}^p - \vec{x}_m = \dots^p e_m^p \quad (5)$$

$$\dots_m^p = \left| \vec{x}_m^p \right| = e_m^p \cdot \vec{x}_m^p \quad (6)$$

其中， \vec{x}^p 與 \vec{x}_m 分別為 GPS 衛星與接收器之位置向量， e_m^p 則為 \vec{x}_m^p 之單位向量。將 (5) 與 (6)式分別對時間求取一次導數，可得相對距離變化量及視線速度，

$$\dot{\phi}_m^p = \dot{\phi}_m^p e_m^p + \dots_m^p \dot{e}_m^p \quad (7)$$

$$\dot{\phi}_m^p = \dot{\phi}_m^p \cdot \vec{x}_m^p + e_m^p \cdot \dot{\vec{x}}_m^p = \dot{e}_m^p \cdot \vec{x}_m^p \quad (8)$$

由 (7) 式，解得 $\ddot{\mathbf{x}}_m$ 及 $\ddot{\mathbf{x}}_m \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m$ 如下，

$$\ddot{\mathbf{x}}_m = \frac{1}{\rho} (\ddot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_m \dot{\rho}) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{x}}_m \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m &= \frac{1}{\rho} (\ddot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_m \dot{\rho}) \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m \\ &= \frac{1}{\rho} (|\ddot{\mathbf{x}}_m|^2 - (\dot{\mathbf{x}}_m \cdot \dot{\rho})^2) \end{aligned} \quad (10)$$

於是，吾人可由 (8) 式的時間導數及 (10) 式將視線加速度表示成，

$$\begin{aligned} \ddot{\rho}_m &= \ddot{\rho}_m \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m + \dot{\rho}_m \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m \\ &= \ddot{\rho}_m \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m + \frac{1}{\rho} [|\ddot{\mathbf{x}}_m|^2 - (\dot{\mathbf{x}}_m \cdot \dot{\rho})^2] \end{aligned} \quad (11)$$

其中， $\ddot{\mathbf{x}}_m$ 為相對加速度向量。

(二) 一次差分之視線加速度公式

由 (8) 式可得視線速度之一次差分公式：

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_m^{p,q} &= \dot{\rho}_m^p - \dot{\rho}_m^q \\ &= \dot{\rho}_m^p \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m - \dot{\rho}_m^q \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m \\ &= (\dot{\rho}_m^p - \dot{\rho}_m^q) \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m + \dot{\rho}_m^q \cdot (\ddot{\mathbf{x}}_m - \ddot{\mathbf{x}}_m) \end{aligned} \quad (12)$$

其中， $\dot{\rho}_m^{p,q}$ 為接收器至 p, q 衛星的視線速度之差值， $\dot{\rho}_m^p$ 與 $\dot{\rho}_m^q$ 則為 GPS 衛星的速度向量。以相同的方法，利用 (11) 式及向量分解進行一次差分計算，可得到：

$$\begin{aligned} \ddot{\rho}_m^{p,q} &= \ddot{\rho}_m^p - \ddot{\rho}_m^q \\ &= \ddot{\rho}_m^p \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m - \ddot{\rho}_m^q \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m + (\dot{\rho}_m^p \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m - \dot{\rho}_m^q \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m) \\ &= -(\ddot{\rho}_m^p - \ddot{\rho}_m^q) \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m + (\dot{\rho}_m^p \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m - \dot{\rho}_m^q \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m) + (\dot{\rho}_m^p \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m - \dot{\rho}_m^q \cdot \ddot{\mathbf{x}}_m) \end{aligned} \quad (13)$$

其中， $\ddot{\mathbf{x}}_m$ 為接收器的加速度向量，即 MicroLab-1 衛星之加速度， $\ddot{\mathbf{x}}_m^p$ 與 $\ddot{\mathbf{x}}_m^q$ 則分別為 GPS 衛星 p, q 的加速度向量。

3.3 加速度與地位模式的關係

根據地位理論，衛星在地球重力場所受的非球形擾動位 (nonspherical potential) 可以球諧函數展開如下 (Heiskanen and Moritz, 1967)：

$$V_{NS}(r, W, \lambda) = \frac{\sim}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_e}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin W) \quad (14)$$

其中

(r, W, λ) : 衛星與地心的距離、地心緯度與地心經度

$\sim = GM$: 萬有引力常數與地球質量的乘積

a_e : 尺度因子，大約等於參考橢球之長軸半徑

$(\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})$: 球諧函數係數，即地位模式

$\bar{P}_{nm}(\sin W)$: 完全正規化李建德函數 (fully normalized associated Legendre function)。 n 為階(degree)、 m 為次(order)。

由於衛星加速度為擾動位的梯度，若將加速度表示成地固座標，則地固加速度與擾動位的關係如下：

$$\bar{a}_{NS}^b = \begin{bmatrix} \frac{x_b}{r} & \frac{-x_b z_b}{r\sqrt{x_b^2 + y_b^2}} & \frac{-y_b}{\sqrt{x_b^2 + y_b^2}} \\ \frac{y_b}{r} & \frac{-y_b z_b}{r\sqrt{x_b^2 + y_b^2}} & \frac{x_b}{\sqrt{x_b^2 + y_b^2}} \\ \frac{z_b}{r} & \frac{\sqrt{x_b^2 + y_b^2}}{r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{NS}}{\partial r} \\ \frac{\partial V_{NS}}{r\partial W} \\ \frac{\partial V_{NS}}{r\cos W\partial \lambda} \end{bmatrix} = M\bar{a} \quad (15)$$

其中， \bar{a} 為以地固座標表示的加速度向量，即 (A_r, A_w, A_λ) ，而 M 為旋轉矩陣， (x_b, y_b, z_b)

為地固座標。而 $\left[\frac{\partial V_{NS}}{\partial r} \quad \frac{\partial V_{NS}}{\partial W} \quad \frac{\partial V_{NS}}{\partial \lambda} \right]$ 則可展開成：

$$\frac{\partial V_{NS}}{\partial r} = -\frac{\sim}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_e}{r} \right)^n (n+1) \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin W) \quad (16)$$

$$\frac{\partial V_{NS}}{\partial W} = \frac{\sim}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_e}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \cdot \left[\sqrt{(n-m)(n+m+1)/(1+u(m))} \bar{P}_{n,m+1}(\sin W) - m \tan W \bar{P}_{nm}(\sin W) \right] \quad (17)$$

$$\frac{\partial V_{NS}}{\partial \lambda} = \frac{\sim}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_e}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n m (\bar{S}_{nm} \cos m\lambda - \bar{C}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin W) \quad (18)$$

若不考慮歲差、章動與極移之影響，吾人可直接將慣性空間之座標 (x, y, z) 代入 (15) 式而得 (Hwang and Lin, 1998)：

$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_w \\ A_\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x}{r} & \frac{-xz}{r\sqrt{x^2 + y^2}} & \frac{-y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \frac{y}{r} & \frac{-yz}{r\sqrt{x^2 + y^2}} & \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \frac{z}{r} & \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{a}_r \\ \bar{a}_w \\ \bar{a}_\lambda \end{bmatrix} \quad (19)$$

其中， $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ，下標 I 表示慣性座標系。因此可由 (19) 式得到衛星加速度在慣性座標系及地固座標系的關係。

3.4 數值實驗與結果分析

由於無法取得 MicroLab-1 衛星加速度的真值，吾人利用 MicroLab-1 衛星的位置進行數值微分求得數值解加速度，並以其為真值而當做評估依據，將相位法求得的加速度與其比較。為確保數值法求出之加速度的可靠性，吾人將數值法求出之加速度與 EGM96 地位模式 70 階球諧展開所求得之加速度做一比較，其精度在 $5 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ (5 mgal) 以內，見表 1。

表 1 數值法與 EGM96 地位模式(70 階球諧展開)求得之加速度差異

	A_r	A_y	A_z
差值 RMS	0.00002757	0.00003144	0.00002200
平均差	0.00000114	-0.00000002	0.00000198
最大差	0.00133047	0.00210620	0.00147667
最小差	-0.00105015	-0.00263987	-0.00157128

(單位: m/s^2)

(1) 原始相位平滑化處理

接收器所接收之原始載波相位中包含了許多雜訊，因為無法直接以數學模式完全模式化，於是吾人採用平滑處理的方法得到較佳的相位以利計算。表 2 與表 3 分別為原始相位資料與經過 60 秒波長的高斯濾波器 (Gaussian filter) 處理過的相位資料，經一次差分方法所求得的加速度與數值法的比較。

表 2 原始相位求得之加速度與真值之差異

	A_r	A_y	A_z
差值 RMS	0.0082721457	0.0095884385	0.0071670098
平均差	0.0001071104	-0.0000299451	-0.0001225681
最大差	0.2171959000	0.2133764000	0.1509298600
最小差	-0.1438491100	-0.2559442500	-0.2413112200

(單位: m/s^2)

表 3 經過濾波處理之相位求得之加速度與真值之差異

	A_x	A_y	A_z
差值 RMS	0.0052230368	0.0060718219	0.0045481601
平均差	0.0008557147	-0.0000069711	0.0000612957
最大差	0.1344020500	0.0780418700	0.0453685900
最小差	-0.0327865600	-0.0850812300	-0.1181255200

(單位: m/s^2)

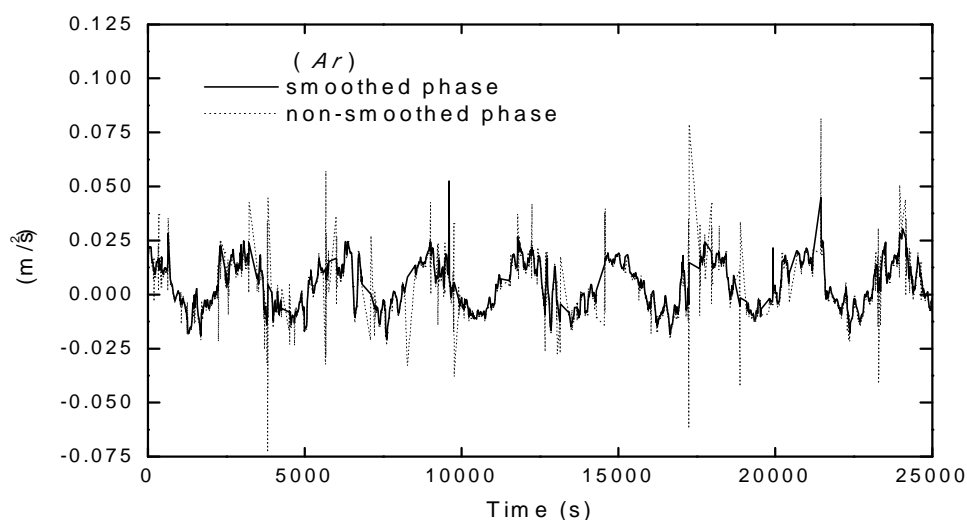


圖 1 原始相位與平滑處理過相位計算而得之加速度(A_x)比較圖

(2) MicroLab-1 衛星軌道精度的影響

為了瞭解使用相位法求解 MicroLab-1 加速度，對於衛星軌道精度的要求，吾人在 MicroLab-1 衛星星曆上加入不同的雜訊進行加速度的求解，其結果如表 4 所示，其中差值的 RMS 為與數值解之比較。

表 4 MicroLab-1 衛星加入雜訊後的軌道，對於求解衛星加速的影響及加速度中誤差之平均值

		A_x	A_y	A_z
0	差值 RMS	0.0052230368	0.0060718219	0.0045481601
	中誤差	0.00175208	0.00191088	0.00146015

10 m	差值 RMS	0.0052231200	0.0060717855	0.0045481981
	中誤差	0.00175207	0.00191087	0.00146015
500 m	差值 RMS	0.0053301123	0.0061082380	0.0045889117
	中誤差	0.00175242	0.00191129	0.00146043
1 km	差值 RMS	0.0056092350	0.0062074113	0.0046997782
	中誤差	0.00175352	0.00191254	0.00146145
5 km	差值 RMS	0.0117132858	0.0088252592	0.0075914026
	中誤差	0.00178469	0.00194873	0.00148931

(單位: m/s^2)

由表 4 知，以相位法求解加速度時，其結果對於 MicroLab-1 衛星之位置的精確度並不敏感。反觀數值微分的方法，測試的結果顯示，加入 1m 雜訊之後其與 EGM96-70 階求出的加速度之差值 RMS，數量級由 10^{-5} m/s^2 增加至 10^{-2} m/s^2 ，如表 5 所示。

表 5 加入 1m 雜訊後之數值法與 EGM96 地位模式(70 階球諧展開)求得之加速度差異

	A_x	A_y	A_z
方均根值	0.0235827644	0.0234680105	0.0235758211
平均差	-0.0017154916	0.0000000348	0.0000002631
最大差	0.0969468000	0.1072676900	0.1034413600
最小差	-0.1063645800	-0.0963989700	-0.1045775700

(單位: m/s^2)

圖 2 為加速度在濾波前後的波形比較，由圖 2 可發現經過濾波處理的加速度，雜訊明顯的被去除。

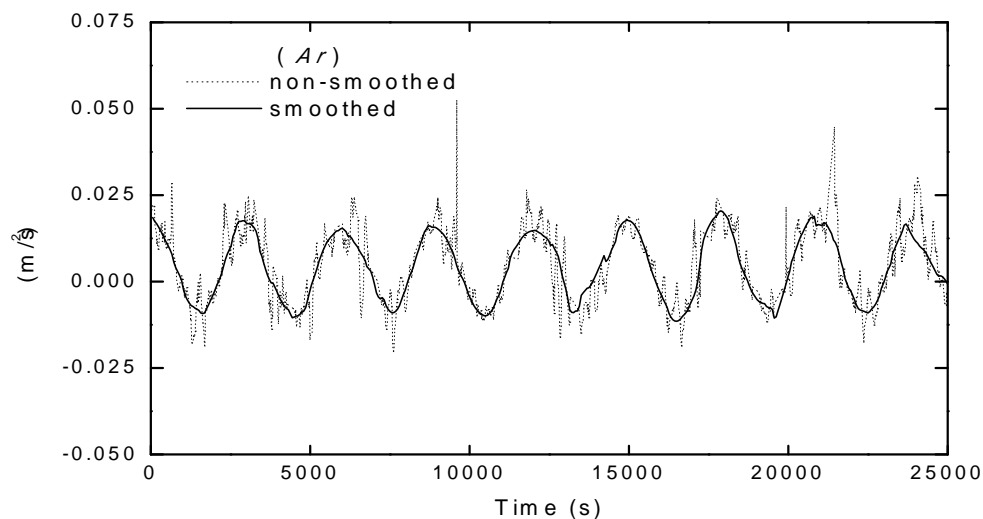


圖 2 加速度在濾波處理前後比較圖

圖 3 (上)由 MicroLab-1 衛星之加速度推求之地位模式,計算而得之大地起伏。
(下)由 EGM96 (70 階)地位模式計算而得之大地起伏

四、結果與討論

本研究在求解過程中，曾對若干引起誤差、破壞精度的因素加以考慮。不過這些考量對於結果的影響並不如預期，因此在本研究的最後，吾人針對造成結果不理想的原因提出以下說明及建議：

- (1) 無法克服 GPS 時錶造成的誤差：在數值實驗過程中，雖然吾人透過 IGS 星曆提供之 GPS 時錶誤差做修正，不過結果顯示此修正並不理想。由 (3) 式可知，當一次差分後的 GPS 時錶誤差之差值為 $1 \mu\text{sec}$ 時，將對相位造成 1000 個週波值的誤差，其影響不可忽視。因此若能有效的將 GPS 的時錶誤差加以修正或降低，將有機會改善求解之結果。
- (2) 未考慮 MicroLab-1 與 GPS 衛星之間的距離變化量 δ_m^p 引起的誤差：根據 Leick (1995) 的相位觀測方程式，接收器的時錶誤差造成的影響除了 $f dt_m$ 外，尚有 $f \frac{\delta_m^p}{C} dt_m$ 。當接收器處於地面時，由於接收器與 GPS 衛星的視線速度並不大 ($\leq 800 \text{ m/s}$, Leick, 1995)，此項可以忽略。而今 MicroLab-1 與 GPS 衛星之間的視線速度最大可達 $4 \times 10^5 \text{ m/s}$ ，以 $1 \mu\text{sec}$ 之接收器時錶誤差將可引起 0.2 個相位週波誤差，在精密的計算上不可不考慮。不過由於吾人在實驗過程中並無法求得準確的接收器時錶誤差，因此不得不忽略此影響。

再者，因執行本計畫而指導以下兩篇碩士論文。（2000 年 6 月完成）：

1. 顏宇俊：利用 GPS 載波相位推求衛星加速度及其應用

2. 游輝欽：球諧分析衛星加速度求定地球重力場

本計畫所有成果已發表於第 19 屆測量研討會，且將投稿於國際期刊。

五、參考文獻

- [1] Heiskanen, W. A. and H. Moritz, 1967. Physical Geodesy, W. H. Freeman and Co., San Francisco.
- [2] Hwang, C. and M. -J. Lin, 1998. Fast integration of low orbiter's trajectory perturbed by the earth's non-sphericity, Journal of Geodesy, 72, 578 – 585.
- [3] Jekeli, C. and R. Garcia, 1997. GPS phase accelerations for moving-base vector gravimetry, Journal of Geodesy, 71, 630 – 639.
- [4] Leick, A., 1995. GPS Satellite Surveying, 2nd Edition. Wiley-Interscience, Maine.
- [5] Rizos, C., 1996. Principles and Practice of GPS Surveying. School of Geomatic Engineering, The University of New South Wales, Sydney NSW, Australia.
- [6] Teunissen P. J. G. and A. Kleusberg, 1995. GPS observation equations and positioning concepts, Lecture Notes, International School GPS for Geodesy, Delft, The Netherlands.