

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

流場誘導氣動聲學之計算方法開發與應用 研究成果報告(精簡版)

計畫類別：個別型
計畫編號：NSC 99-2221-E-009-058-
執行期間：99年08月01日至100年07月31日
執行單位：國立交通大學機械工程學系(所)

計畫主持人：傅武雄

計畫參與人員：博士班研究生-兼任助理人員：李崇綱
博士班研究生-兼任助理人員：黃玠超
博士班研究生-兼任助理人員：黃耘

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫涉及專利或其他智慧財產權，2年後可公開查詢

中華民國 100 年 08 月 08 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 成果報告
 期中進度報告

流場誘導氣動聲學之計算方法開發與應用

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 99-2221-E-009-058-

執行期間：99 年 08 月 01 日至 100 年 07 月 31 日

計畫主持人：傅武雄

共同主持人：

計畫參與人員：李崇綱、黃玠超、黃耘

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：國立交通大學機械工程學系(所)

中華民國 100 年 07 月 31 日

摘要

在求解 Navier-Stokes 方程式時，目前多利用流體速度將其區分為可壓縮流與不可壓縮流兩大類別，此種區分方法在應用方面會受到相當大的限制。例如如引擎內部流體、流動所誘導之噪音、高溫差之自然對流現象等。為解決上述問題，本研究的主要目的是發展全域流場程式，擴展計算方法的應用範圍。

再完成全域流場程式後，利用此法研究高溫差之垂直自然對流現象，並且配合本研究開發的非反射性邊界於此現象。模擬過程顯示，於自然對流發生初期，於管道進出口處的流體由於加熱部份的流體膨脹，因此均被向外推出。接著才從管道下方吸入氣體，從上方流出。此種初期現象，首次經由模擬方法所得到。

上述結果說明本研究所開發的計算方法不僅應用範圍極為廣泛，更可探討利用不可壓縮流無法解決的物理現象。

備註：計畫原為三年期，目前核定一年，因此此成果報告為第一年的內容。

At present, the solvers for Navier-Stokes equation are generally divided into two categories according to the fluid velocity. One is the compressible flow under high speed condition and the other is the incompressible flow under low speed ($<0.3M$) condition. However, the categories mentioned above are seriously limited for investigating many important practically industrial applications such as flow field in engine chamber, acoustics induced by flow and the natural convection induced by the high temperature difference. In order to overcome these problems, the aim of this study is to develop a computational method for all speed regions to general the applications.

After finishing the program, this method with non-reflection boundary condition is used to investigate the natural convection induced by the high temperature difference. The results show that at the beginning, the air

flows from the inside of the channel to the surrounding in both inlet and outlet due to the expansion of the air because of the heat by the high temperature wall. Then, the air is sucked from the surrounding to the channel inlet and flow out to the surrounding from the channel outlet. The phenomenon mentioned above is presented for the first time by CFD.

From above, it can be known that the computational method developed by the study can not only be used to general the applications but also investigate the phenomena which are not suitably solved by incompressible method.

一 緒論

近年來為因應許多工程上的需要，計算流體力學(CFD)被應用的範圍越來越廣泛。因此，在模擬流場方面若依照目前大部分的求解方式：依照流體速度將流體區分為壓縮流(大於 0.3 馬赫)與不可壓縮流(小於 0.3 馬赫)而予以求解，在實際應用方面將不敷使用。如引擎內部的流場，雖然為低速流場但卻因為伴隨高溫的燃燒而產生可壓縮的效應；噴流所產生的噪音，需考慮聲源部分的密度變化與壓力變化，因此需要求解完整的 Navier-Stokes 方程式以得到可壓縮流中密度的變化；高溫下的熱傳與熱對流效應，需同時考慮密度與壓力變化的效應以符合實際物理現象。

由前述內容可知，全域流場在工程方面應用極廣。為了求解全域流場，目前有兩種最重要的方法：從高馬赫數可壓縮流延伸至極低馬赫數不可壓縮流的密度基底法(density-based)與從極低馬赫數不可壓縮流擴展至高馬赫數可壓縮流的壓力基底法(pressure-based)。而利用密度基底法發展全域流場方程式最大的困難處在於計算低速流場中時階項所受到的限制，若在時階項採用顯式法(explicit)求解，由於可壓縮流計算時須遵守 CFL 條件，因此時階將會極小而造成收斂太慢，計算時間過長；若採用隱式法(implicit)求解，又會遭遇 stiff 現象使得方程式的收斂性非常的差。所幸，這幾年來，

由於投入在密度基底法方面的研究越來越多，因此該方法漸趨於成熟。其中包括有 Turkel[1]所提出的 preconditioning 法，不僅可同時求解可壓縮流與不可壓縮流，更可以加速方程式收斂至穩態。Choi 與 Merkle[2]利用自己所發展的 preconditioning 矩陣解決在求解低速流體時所產生的 stiff 與收斂過慢的現象。Weiss 與 Smith[3]改善過去 preconditioning 矩陣計算過於複雜的缺點並且加入 dual time stepping 計算暫態過程。除此之外，也有許多文獻將此種方法應用在實際問題上，如 Dennis 等人[4]將美國太空總署的 Overflow 程式加上 preconditioning 並且再由 Shishir 等人[5]加入 dual time stepping 使其程式更為完整，計算涵蓋的範圍極廣。由於上述等人的開創與努力使得密度基底法在解決全域流場方面有著極大的進步，因此本研究選擇以密度基底法並且加入 preconditioning 方法發展全域流場。

綜上所述，本研究將發展全域流場計算方法，改善過去將流體區分為可壓縮與不可壓縮流的缺點。並且利用此法配合非反射性邊界於垂直管道高溫自然對流。與過去利用不可壓縮流相比，最大的相異處在於自然對流發生初期，於管道進出口處的流體由於加熱部份的流體膨脹，因此均被向外推出。接著才從管道下方吸入氣體，從上方流出。此種現象首次經由模擬所觀察得到，比起利用不可壓縮流的計算結果更加符合實際物理現象。

二 計算方法

本研究的數值方法採用 Roe 法並配合 preconditioning 法計算極低速下因溫度變化所造成的密度變化的自然對流現象。其方程式如下所示：

$$\Gamma \frac{\partial U_p}{\partial \tau} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = S \quad (1)$$

其中 Γ 為 Weiss 等人 [3] 所提出的 preconditioning 矩陣， U_p 為 primitive form $[P, u, v, T]$ 。

離散 Eq. (1)時，時間項 $\frac{\partial U_p}{\partial \tau}$ 採用一階

前項差分， $\frac{\partial F}{\partial x}$ 與 $\frac{\partial G}{\partial y}$ 則採用中央差分法。

其離散方程式如下所示：

$$\Gamma \frac{U_p^{k+1} - U_p^k}{\Delta \tau} + \frac{1}{\Delta x} (F_{i+\frac{1}{2},j,k}^k - F_{i-\frac{1}{2},j,k}^k) + \frac{1}{\Delta y} (G_{i,j+\frac{1}{2},k}^k - G_{i,j-\frac{1}{2},k}^k) = S^k \quad (2)$$

Eq. (2)中，為了求得 U_p^{k+1} ，則採用顯示三階 Runge-Kutta 法，因為此法不僅程式易於撰寫，且平行化容易。其方程式如下所示：

$$\begin{aligned} U_p^{k+\frac{1}{3}} &= U_p^k + \Gamma^{-1} R^k \\ U_p^{k+\frac{2}{3}} &= \frac{3}{4} U_p^k + \frac{1}{4} U_p^{k+\frac{1}{3}} + \frac{1}{4} \Gamma^{-1} R^{k+\frac{1}{3}} \\ U_p^{k+1} &= \frac{1}{3} U_p^k + \frac{2}{3} U_p^{k+\frac{2}{3}} + \frac{2}{3} \Gamma^{-1} R^{k+\frac{2}{3}} \end{aligned} \quad (3)$$

$$R^\Phi = -\Delta \tau \left[\frac{1}{\Delta x} (F_{i+\frac{1}{2},j,k}^\Phi - F_{i-\frac{1}{2},j,k}^\Phi) + \frac{1}{\Delta y} (G_{i,j+\frac{1}{2},k}^\Phi - G_{i,j-\frac{1}{2},k}^\Phi) \right] + S^\Phi$$

其中

除此之外，為了觀察自然對流情況下，渠道內的流場與溫度場隨時間變化的情形，在此暫態情況下則加入 dual-time stepping。其方程式如下所示：

$$\Gamma \frac{\partial U_p}{\partial \tau} + \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = S \quad (4)$$

Eq. (4)的離散， $\partial U_p / \partial \tau$ 採用一階前項差分， $\partial U / \partial \tau$ 採用二階後項差分。其離散方程式如下所示：

$$\begin{aligned} \Gamma \frac{U_p^{k+1} - U_p^k}{\Delta \tau} + \frac{3U^{k+1} - 4U^n + U^{n-1}}{2\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} (F_{i+\frac{1}{2},j,k}^k - F_{i-\frac{1}{2},j,k}^k) + \frac{1}{\Delta y} (G_{i,j+\frac{1}{2},k}^k - G_{i,j-\frac{1}{2},k}^k) = S^k \end{aligned} \quad (5)$$

上述 k 表示 artificial time 裡的疊代次數， n 則為實際時階。當 artificial time $\partial U_p / \partial \tau$ 收斂至 0 時，Eq. (5) 自動轉換成包含時間項的 Navier-Stokes 方程式，artificial time 裡第

$k+1$ 次疊帶的結果成為 $n+1$ 時階的結果。

Eq. (5) 中的 U^{k+1} 可以線性化成下式

$$U^{k+1} = U^k + M(U_p^{k+1} - U_p^k) \quad (6)$$

$$\text{此處, } M = \frac{\partial U}{\partial U_p}$$

將 Eq. (5) 帶入 Eq. (4) 並整理後可得到下式

$$[\Gamma + M \frac{3\Delta\tau}{2\Delta t}](U_p^{k+1} - U_p^k) = R^k \quad (7)$$

Eq. (7) 中,

$$R^k = -\left(\frac{3U^k - 4U^n + U^{n-1}}{2\Delta t}\right)$$

$$-\left[\frac{1}{\Delta x}(F_{i+\frac{1}{2},j,k}^k - F_{i-\frac{1}{2},j,k}^k)\right]$$

$$+\frac{1}{\Delta y}(G_{i,j+\frac{1}{2},k}^k - G_{i,j-\frac{1}{2},k}^k)] + S^k$$

接著將 Eq. (7) 的兩邊同除 $[\Gamma + M \frac{3\Delta\tau}{2\Delta t}]$ 並且整理後可得

$$U_p^{k+1} = U_p^k + [\Gamma + M \frac{3\Delta\tau}{2\Delta t}]^{-1} R^k \quad (8)$$

Eq. (8) 同樣採用顯示三階 Runge-Kutta 法求解。

在計算 Eq. (4) 與 Eq. (5) 中方程式右邊的 R 時, Eq. (4) 中的 F 可分成兩部份。一部分為非黏滯性項。即 $F_{inviscid}$

$$F_{inviscid} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho Eu + Pu \end{pmatrix} \quad (9)$$

另外一部分為 $F_{viscous}$

$$F_{viscous} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\tau_{xx} \\ -\tau_{xy} \\ -k \frac{\partial T}{\partial x} - u\tau_{xx} - v\tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (10)$$

利用 Roe[6] 配合 preconditioning 法適用於低馬赫數以求得網格間 $(i + \frac{1}{2})$ 的 $F_{inviscid}$ 的值, 其計算式如下所示:

$$F_{inviscid, i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(F_R + F_L) \quad (11)$$

$$-\frac{1}{2}\left\{\left[\Gamma^{-1}A_p\right]|\Delta U_p\right\}$$

此處 $A_p = \frac{\partial F}{\partial U_p}$ 為 flux jacobian。

Eq. (11) 中的 ΔU_p 則採用 3 階精度的 MUSCL 法求得:

$$\Delta U_p = u_{i+1/2}^L - u_{i+1/2}^R \quad (12)$$

$$u_{i+1/2}^L = u_i + 1/2\Delta u_{i+1/2}^L \quad (13)$$

$$u_{i+1/2}^R = u_i - 1/2\Delta u_{i+1/2}^R \quad (14)$$

其中

$$\Delta u_{i+1/2}^L = \frac{2}{3}(u_{i+1} - u_i) + \frac{1}{3}(u_i - u_{i-1}) \quad (15)$$

$$\Delta u_{i+1/2}^R = \frac{2}{3}(u_{i+1} - u_i) + \frac{1}{3}(u_{i+2} - u_{i+1}) \quad (16)$$

$F_{inviscid}$ 根據 Stokes 所提出

$$\tau_{xx} = -\frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} \quad (17)$$

$$\tau_{xy} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \quad (18)$$

其差分項則採用四階中央差分法求得;

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i-2} - 8u_{i-1} + 8u_{i+1} - u_{i+2}}{12\Delta x} + o(\Delta x^4) \quad (19)$$

在設定邊界條件方面, 壁面部份, 不可滑移與絕熱壁面, 其方程式如下:

$$\begin{aligned} P(i,0) &= P(i,1) \\ u(i,0) &= -u(i,1) \\ v(i,0) &= -v(i,1) \end{aligned} \quad (20)$$

$$T(i,0) = T(i,1)$$

不可滑移與等溫壁面, 其方程式如下:

$$\begin{aligned} P(i,0) &= P(i,1) \\ u(i,0) &= -u(i,1) \\ v(i,0) &= -v(i,1) \end{aligned} \quad (21)$$

$$T(i,0) = 2T_{fix} - T(i,1)$$

此處, T_{fix} 為壁面溫度 298.0592k。

0 為 ghost cell, 1 為靠近壁面網格。

在進出口條件部份, 採用 non-reflecting 邊界條件, 此法根據 Poinot 等人[7]所提出

的 LODI(The local one-dimensional inviscid relations)並加以改善使 non-reflecting 邊界條件可適用於極低速可壓縮流。

$$\Gamma \frac{\partial U_p}{\partial \tau} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (22)$$

Eq. (22)為進出口邊界的二維 N-S 方程式，由於進出口邊界的密度變化量與加熱區的密度變化量差異甚大，因此忽略進出口邊界的自然對流影響 S 。

為了將 $\frac{\partial F}{\partial x}$ 轉換成 primitive form，將 Eq. (22)

的左邊乘上 Γ^{-1}

$$\frac{\partial U_p}{\partial \tau} + \Gamma^{-1} \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (23)$$

接著將 $\Gamma^{-1} \frac{\partial F}{\partial x}$ 轉換

$$\Gamma^{-1} \frac{\partial F}{\partial x} = \Gamma^{-1} \frac{\partial F}{\partial U_p} \frac{\partial U_p}{\partial x} = \Gamma^{-1} A_p \frac{\partial U_p}{\partial x} \quad (24)$$

將 Eq. (24)帶入 Eq. (22)以 primitive form 為變數的方程式如下所示：

$$\frac{\partial U_p}{\partial \tau} + \Gamma^{-1} A_p \frac{\partial U_p}{\partial x} = 0 \quad (25)$$

在將 $\Gamma^{-1} A_p$ 做相似轉換以得到進出口的特徵速度：

$$\Gamma^{-1} A_p = K \lambda K^{-1} \quad (26)$$

此處 K 為 Eigen vector， λ 為 $\Gamma^{-1} A_p$ 的

Eigenvalues 即為進出口處的特徵速度。根據 Dennis 等人[4]

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ u \\ u' + c' \\ u' - c' \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$\text{其中 } u' = \frac{(\beta+1)u}{2} \text{ 與 } c' = \frac{\sqrt{u^2(\beta-1)^2 + 4\beta c^2}}{2}$$

再令

$$L = \lambda K^{-1} \frac{\partial U_p}{\partial x} \quad (28)$$

展開 L 可得

$$L = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{\rho \kappa} \left(\frac{\partial P}{\partial x} - \kappa \frac{\partial P}{\partial x} \right) \\ -u \frac{\partial v}{\partial x} \\ (u' + c') \left[\frac{\partial P}{\partial x} - \rho(u' - c' - u) \frac{\partial u}{\partial x} \right] \\ (u' - c') \left[\frac{\partial P}{\partial x} - \rho(u' + c' - u) \frac{\partial u}{\partial x} \right] \end{pmatrix} \quad (29)$$

L 即為進出口處，波強度隨時間變化量。

為了得到 L 與 $\frac{\partial U_p}{\partial \tau}$ 的關係，將 Eq. (28)帶回

Eq. (25)並整理可得

$$\frac{\partial U_p}{\partial \tau} + KL = 0 \quad (30)$$

展開 Eq. (30)可得壓力與垂直進出口的速度方程式

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} + \frac{1}{2c'} [L_3(u' + c' - u) - L_4(u' - c' - u)] = 0 \quad (31)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{1}{2\rho c'} (L_3 - L_4) = 0 \quad (32)$$

在出口條件部份，從出口部份往計算範圍傳遞的波強度隨時間變化量為 L_4 ，為了讓計算範圍不被出口部份回傳的變化量所影響，因此設定 $L_4 = 0$ 。Eq. (31)與 Eq. (32)變成下式：

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} + \frac{1}{2c'} [L_3(u' + c' - u)] = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{1}{2\rho c'} L_3 = 0 \quad (34)$$

由 Eq. (34)可得

$$L_3 = -2\rho c' \frac{\partial u}{\partial t} \quad (35)$$

將 Eq. (35)帶回 Eq. (33)可得

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} - \rho(u' + c' - u) \frac{\partial u}{\partial \tau} = 0 \quad (36)$$

Eq. (36)表示出口部份壓力與速度對時間的變化量，因此可離散 Eq. (36)當作出口部份的壓力邊界條件。

$$P^{k+1} = P^k - \rho(u' + c' - u)(u^{k+1} - u^k) \quad (37)$$

在進口條件部份，從進口部份往計算範

圍傳遞的波強度隨時間變化量為 L_3 ，為了讓計算範圍不被進口部份回傳的變化量所影響，因此設定 $L_3 = 0$ 。Eq. (31)與 Eq. (32)變成下式：

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} - \frac{1}{2c'} [L_4(u' - c' - u)] = 0 \quad (38)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} - \frac{1}{2\rho c'} L_4 = 0 \quad (39)$$

同樣可得進口部份壓力與速度對時間的變化量

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} - \rho(u' - c' - u) \frac{\partial u}{\partial \tau} = 0 \quad (40)$$

離散 Eq. (40)當作進口部份的壓力邊界條件。

$$P^{k+1} = P^k - \rho(u' - c' - u)(u^{k+1} - u^k) \quad (41)$$

綜上所述，本研究所採用的數值方法描述如下：

- (1) 決定網格分佈與數目。
 - (2) 設定初始條件包括壓力為一大氣壓、速度為 0 與溫度 298.0592k 以及壁面條件為無滑移、絕熱與等溫。並且利用 Eqs. (37)與(41)決定進出口的壓力。
 - (3) 利用 Eq. (13)與(14)即 MUSCL 法求得網格與網格之間的 variables，接著將其帶入 Eq. (11)使用 Roe 法計算其通量。
 - (4) 利用四階中央差分法 Eq. (19)求得黏滯性項。
 - (5) 利用 Eq. (3)採用三階精度的 Runge-Kutta 以求得新的 variables。
 - (6) 穩態狀況下：判斷程式是否收斂，若未收斂則以新的 variables 當作初始條件並且重複(2)~(6)步驟直至收斂以得到穩態解。
- 暫態狀況下：判斷程式於該時階下是否收斂，若未收斂則以新的 variables 當作該時階下的初始條件並且重複(2)~(6)步驟直至收斂以得到該時階的暫態解。並且繼續下一個時階。

三 結果與討論

圖 1 為計算物理模式，於此模擬中，工作流體為空氣且其 Prandtl 數為 0.72。外界壓力與溫度分別為 101300 Pa 與 298.0592 K。

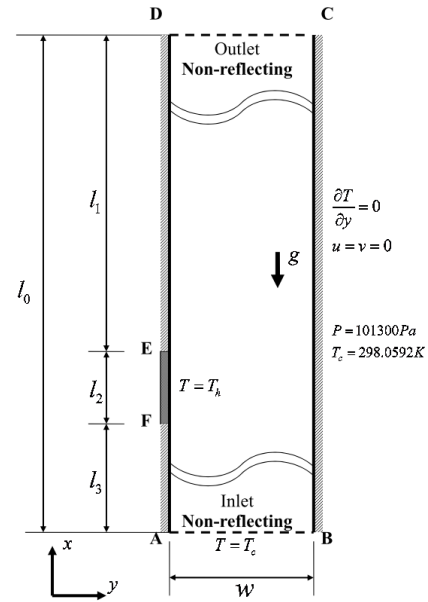


圖 1 計算物理模式

圖 2 為 $Ra = 10^4$ 時，流線、壓力與溫度隨著時間的變化圖形。其初始條件為溫度、壓力與大氣環境相同，並且速度為零。當 $t > 0$ 時，管道內的加熱壁面升溫至 T_h 。其他物理參數設定為 $l_1/l_2 = 19$ 、 $l_0/l_2 = 25$ 、 $w/l_2 = 2$ 與 $\Delta T = T_h - T_c = 110K$ 。圖 2(1)為 $t = 0.0005s$ ，熱開始藉著熱傳導從壁面傳至流體，其現象如圖 2(1)c 所示。因為流體吸收了壁面的熱量，因此密度變輕，體積膨脹，造成流體分別被從管道進出口端擠出，如圖 2(1)a 所示。此現象無法利用不可壓縮流的方式模擬而觀察到，除此之外，也從未被其他文獻所提出。當 $t = 0.02s$ ，浮力對於流體影響逐漸顯現。於圖 2(2)a 可以觀察到於加熱面附近的流體逐漸改變流動方向，因此形成回流，於是在圖 2(2)b 中可明顯觀察到加熱面附近的低壓。於此同時，圖 2(2)c 顯示了溫度場受到流體往上流動的影響，逐漸往上延伸。

當時間為 0.05s，管道進口端部份的流體受到浮力影響，開始從大氣環境被吸入管道，其流線圖如圖 2(3)a 所示。此時加熱壁面附近的回流區域逐漸擴大且上升。伴隨著回流的上升，低壓部份也逐漸往上，形成的正壓與負壓的交界線。在時間為 0.1s 時，流體繼續從下方進口端被吸入，上方出口端被排出，原本加熱壁面的回流區域分成較小的兩個回流區域。圖 2(4)b 所顯示的壓力則從進口端逐漸增加至出口端。

最後於時間1s時，觀察圖 2(5)a，由於加熱壁面至於管道左方的關係，因此自然對流效應對於左方的流體加速較大的關係，在管道右方形成巨大的回流區域。在管道進口端，由於負壓的緣故，因此流體從大氣環境被吸入至管道裡。出口端由於正壓的緣故，流體從管道內被排出至大氣環境。此壓力分佈於入口端部份，與 Dyer [7]利用 Bernoulli 方程式所設置的進口條件模擬結果一致。然而出口端的壓力，由於[7]是將出口壓力設置為大氣壓，與本研究所使用的非反射性邊界不同，因此產生相異的結果。

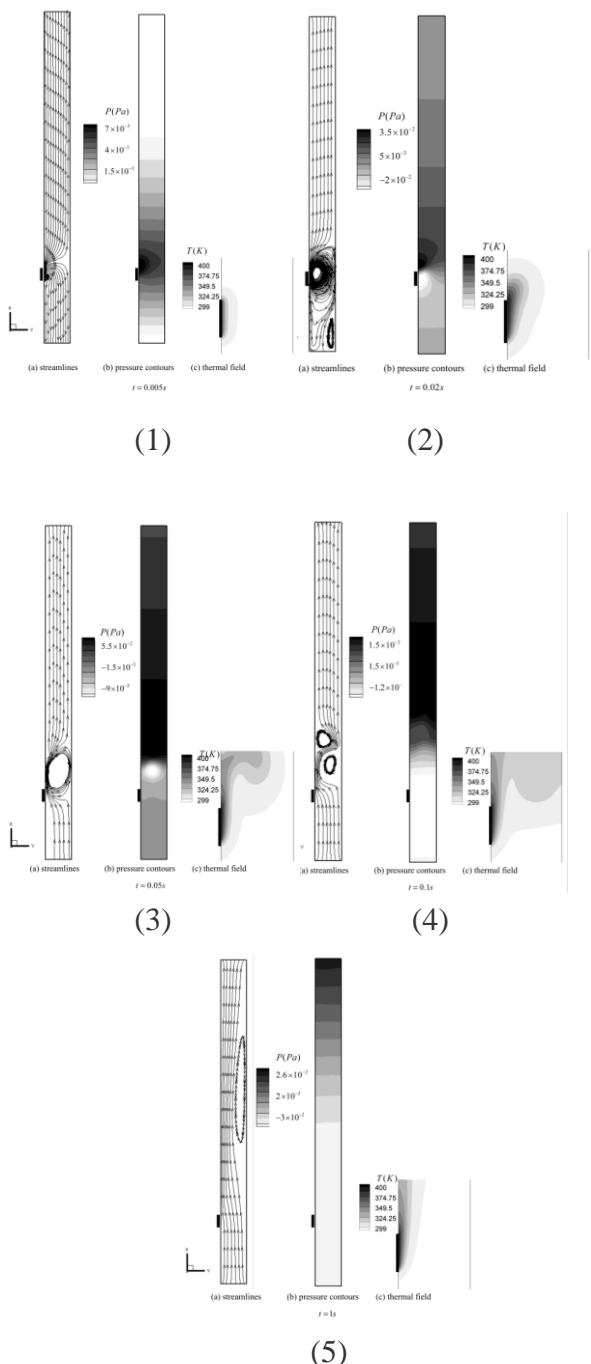


圖 2. $Ra = 10^4$ 流線、壓力與溫度隨著時間變化圖形

圖 3 為不同 Rayleigh 數下，平均紐塞數與 Rayleigh 數的關係圖形。平均紐塞數定義如下：

$$\overline{Nu}_{l_2} = \int_{l_3}^{l_3+l_2} \frac{L}{k_0(T_h - T_c)} [k(T) \frac{\partial T}{\partial y}]_w dx / l_2 \quad (42)$$

平均紐塞數與 Rayleigh 數的相關方程式如下所示：

$$\overline{Nu}_{l_2} = \left(\frac{1}{1.26} \right) \times Ra^{\frac{1}{4.69}} \quad (43)$$

利用方程式(43)，將可找到溫差較大的自然對流效應下，其平均紐塞數與 Rayleigh 數的關係，因此對於實際工業應用上將有更大的幫助。

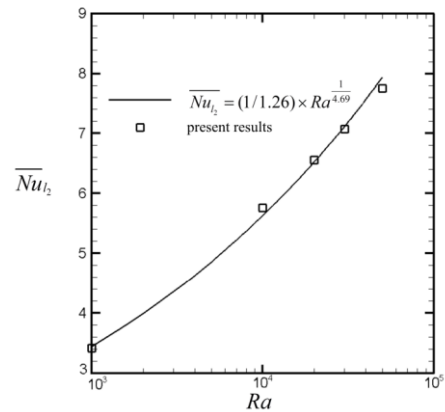


圖 3. 關係方程式與計算結果比較圖

四 結論

過去的多利用流體速度將其區分為可壓縮與不可壓縮流，此種方法限制許多實際的應用，如高溫自然對流、引擎內部流場與聲場的計算...等。本研究利用垂直管道內的高溫自然對流驗證計算方法的適用性，觀察到於管道內自然對流初期，管內氣體因為靠近加熱部份膨脹而讓流體不論於進口或出口部份都呈現流出的情況。利用本研究開發的計算方法，此種現象首次可從模擬上表現出來。

參考文獻

- [1] E. Turkel, Preconditioned methods for solving the incompressible and low speed compressible equations, J. Comput. Phys. 72 (1987) 277-298.

- [2] D. Choi and C.L. Merkel, The Application of Preconditioning in Viscous Flows, J. Comput. Phys. 105 (1993) 207-223.
- [3] J. M. Weiss and W. A. Simth, Preconditioning Applied to Variable and Constants Density Flows, AIAA. 33 (1995) 2050-2056.
- [4] J. Dennis, P. Thomas, and B. Pieter, Recent Enhancements to OVERFLOW, Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 35th, Reno, NV, (1997).
- [5] A. P. Shishir, V. Sankaran and H. P. Thomas, "Implementation of Preconditioned Dual-Time Procedures in OVERFLOW", AIAA Journal, 2003.
- [6] P. L. Roe, Approximation Riemann solver, Parameter Vectors, and Difference Schemes, J. Comput. Phys. 43 (1981) 357-372.
- [7] J. R. Dyer, The development of laminar natural-convective flow in a vertical uniform heat flux duct, Int. J. Heat Mass Transfer 18 (1975) 1455-1465.

國科會補助專題研究計畫項下出席國際學術會議心得報告

日期：100年7月14日

計畫編號	NSC 99-2221-E-009-058-		
計畫名稱	流場誘導氣動聲學之計算方法開發與應用		
出國人員姓名	黃 耘	服務機構及職稱	交通大學機械工程學系 博士班
會議時間	99年11月1日至 99年11月3日	會議地點	日本仙台
會議名稱	(中文) 國際計算流體力學研討會 (英文) International Conference on Flow Dynamics		
發表論文題目	(中文) 於高溫平板管道中之可壓縮紊流分析 (英文) An Investigation of Turbulent Channel Flow at High Reynolds Number with the Consideration of the Compressibility due to High Temperature		

一、參加會議經過:

第七屆國際計算流體力學研討會，會議舉行地點位於日本，東北第一大城，仙台市。舉辦單位主要由 The Global COE Program 及東北大學流體科學中心組成，其會議成員來自澳洲、加拿大、中國等十二個國家的大學及研究機構，投稿文件約 300 篇。會議主軸為探討流體及傳輸物理現象的科學研究，分為生物、奈米微尺度、能源、環境、物理、生醫科學、化學等等不同的主題，從小尺度的分子至大尺度的洋流皆屬研究範疇。

會議第一天首先是主辦單位邀請演講者，第一位是美國 Kentucky 大學的佐藤教授，主題關於教育及研究提升生活品質之影響；另外一位是加拿大 Toronto 大學的 Mostaghimi 教授，主題是關於去年諾貝爾獎的單層奈米碳管，以計算流體力學的數

值方法來探討不同尺寸系統的化學反應。

大會晚宴於第二天晚間舉行，地點是在仙台國際會議廳，此處原是當地國際學生乃至居住於日本的外國人舉行交流之地點，故廳中有仙台當地旅遊觀光資訊、以及一文化收藏中心，內有當地書籍與仙台歷史資料等等，可供參考。晚宴亦有日本當地的民俗舞蹈及歌曲表演，對於外國學生來說是相當新鮮且富有熱情的招待。

二、與會心得：

首先由衷感謝此次活動承蒙國科會補助參與第七屆國際計算流體研討會，在會中見到各國學者、學生、或是當地的交換學生對於研究內容的熱情及積極，無論是自己了解或是不了解的領域皆相當具好奇並且渴望學習的態度，不畏提問及討論應答，值得學習。此外，藉由此次的活動亦認識了許多學者及與各國學生相互交流，在國際視野方面實有所獲益。

此次到訪國家日本，可以感受到其自律並且禮貌的文化及民族性，在車水馬龍的大都市中仍保有仙台古城遺跡，到訪時間恰逢秋天剛結束的時候，雖無法見到整片紅色的楓樹，但交雜於飯店及會場途中街道的樹木卻可讓來訪的人感到乾淨與清新的氣氛，對於環境的保育及舒適的街道規畫值得學習。

三、考察參觀活動(無是項活動者略):無。

四、建議：

建議國內亦可多舉辦國際研討會，可吸引及帶動國內外學者及研究學生的交流，如此對拓展國際視野有所增益外，對學校之聲譽應也有所幫助。並且亦可鼓勵國內博士生出國參加研討會，雖是幾天之內的研究交流活動，但對於學術外的提升個人見聞及國際觀實非一般活動可相比擬。

五、攜回資料名稱及內容:會議全文、會議日程表。

六、其他:無。

An Investigation of Turbulent Channel Flow at High Reynolds Number with the Consideration of the Compressibility due to High Temperature

Wu-Shung Fu, Chung-Gang Li, Yun Huang (National Chiao Tung University, Taiwan)

1001 Ta Hsueh Road, Hsinchu, Taiwan

wsfu@mail.nctu.edu.tw; rickle.rick@msa.hinet.net; winghuang.me97g@nctu.edu.tw

ABSTRACT

An investigation of turbulent channel flow at high Reynolds number with tremendous heat transfer phenomena is studied numerically. Because of the high temperature difference, the effects of the compressibility should be taken into consideration with the turbulence. As author's knowledge, these complicated interactions mentioned above haven't been proposed before. In order to validate the program, the present results are compared well with the benchmark DNS data obtained by spectral codes. Then the three different Reynolds numbers are performed to observe the interactions between the flow and temperature field.

1. Introduction

Accompanying with semiconductor manufacturing processes for minimization of devices, a subject of developing stronger and more efficient forced convection system is indispensable. Traditionally, for resolving forced convection problems, methods depending on flowing velocity magnitude are mainly divided into two parts. A method of considering the compressibility under a flow situation being larger than 0.3 Mach number, and a method neglecting the compressibility of fluid is the other under a flow situation being lower than 0.3 Mach number.

However, a real situation of the above subject always involves in a high temperature condition. And the used velocity, a suitable velocity which is lower than 0.3 Mach number, but is sufficient to cause the occurrence of a turbulent flow is adopted. And simultaneous considerations of the compressibility of fluid due to high temperature condition and the viscosity of fluid involving in a turbulent flow condition are needed and become a remarkable characteristic of the above subject.

As authors' knowledge, the highest Reynolds number in published literature about turbulent heat transfer is not higher than $Re_\tau = 500$ based on the friction velocity. It should be recognized that this scale of Reynolds number is still not high enough in practical applications. Besides, all of the literatures did not consider the effects of the flow compressibility on the enormous heat transfer.

Therefore, the aim of this study is to investigate the turbulent heat transfer on phenomena at high Reynolds number ($Re_\tau = 1000$) with the consideration of the compressibility by DNS (Direct Numerical Simulation).

2. Physical model

Phenomena of a compressible turbulent channel flow with a high temperature $T_h = 500k$ on the wall are investigated. The DNS method in which the compressibility of fluid is taken into consideration simultaneously is adopted to describe the turbulent heat transfer and the corresponding physical model is shown in Fig. 1. The streamwise, vertical and spanwise

directions are x_1 , x_2 , and x_3 , respectively, and the corresponding velocities are u_1 , u_2 , and u_3 , respectively. The length, height and width are l_1 , l_2 , and l_3 , respectively.

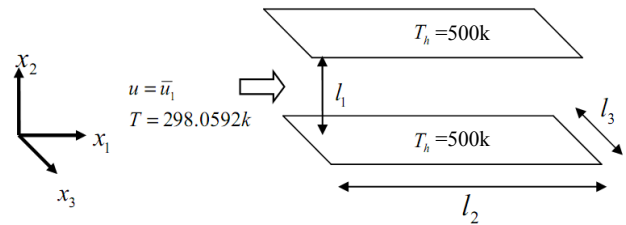


Fig 1 Physical model

3. Numerical method

A situation of fully developed turbulent flow with the compressibility due to the high temperature is investigated by DNS. One of the most important advantages of DNS is without any modeling. However, in order to obtain the accurate turbulent phenomena, the complicated and high order numerical schemes are necessary.

Roe scheme with 5th order MUSCL proposed by Abalakin et al.[1] are used to compute the inviscid terms. Other derivative terms are solved by the fourth order central difference. Besides, usage of preconditioning method with dual time stepping and curved linear coordinate transformation skills to stabilize transient situation and increase grids near the channel walls are performed. Finally, the original LUSGS[2] was modified by [3] to match preconditioning skill in solving temporal advancements.

The original N-S equation is then transformed into the following equation.

$$\Gamma \frac{\partial U_p}{\partial \tau} + \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_1}{\partial \xi} + \frac{\partial F_2}{\partial \eta} + \frac{\partial F_3}{\partial \zeta} = 0 \quad (1)$$

Where Γ is the preconditioning matrix derived by Weiss and Smith [4]

4. Results and Discussion

In order to validate the code, the turbulent channel flow resolved by DNS is performed at Reynolds number,

based on the friction velocity, of 1000. The results showed in Fig. 2 for the mean velocity profiles and turbulent intensities are in good agreement with the benchmark DNS[5] data obtained by spectral codes.

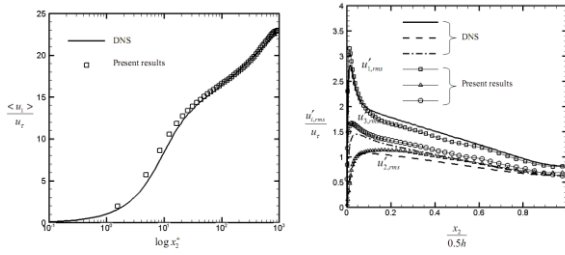


Fig. 2 The mean velocity profiles and turbulent intensities for $Re_\tau = 1000$

For the sake of investigating phenomena of fully turbulent flow and working fluids heated by the channel walls, three different Reynolds numbers, based on the friction velocity, of 180, 500 and 1000 are selected. Besides, for satisfying the characteristics of three dimensional eddy motions of the turbulent flow based on Tankitil and Domaradzki, [6], the half height of channel is regarded as a characteristic length, the length is 2.5π times and the width is 0.5π times the magnitude of the half height in the streamwise and spanwise directions, respectively. Further more, for economizing computational memory and time, the length of the channel is periodically used until a fully turbulent flow is formed.

The temperature contours near the wall $y^+ = 1.5$ and the isothermal surface at different Reynolds numbers in half channel are showed in Fig. 3.

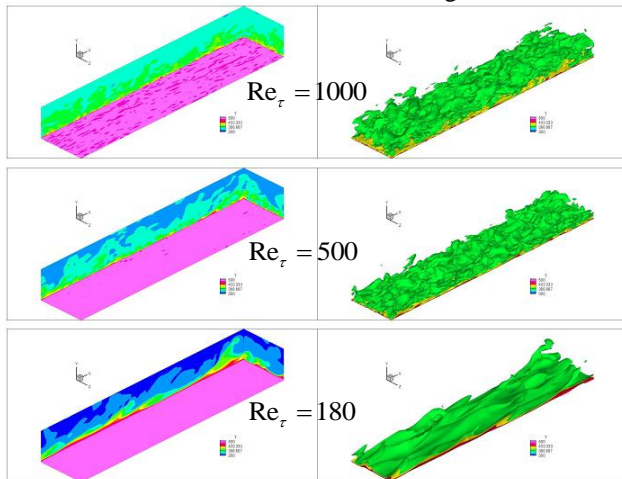


Fig. 3 The temperature contours and the isothermal surfaces near the wall $y^+ = 1.5$

From the figures of $Re_\tau = 1000$, mixing phenomena of different temperature fluid clusters due to turbulent structures from the wall to the fluids can be obviously observed. However, with the Reynolds number decreasing, these phenomena decay gradually. Especially for $Re_\tau = 180$, the heat transfer phenomena are similar to laminar flows, and temperature

interactions between different layers of temperatures are hardly observed.

Fig.4 shows the Nusselt distributions on the wall along the central cross section of x_1x_3 plane.

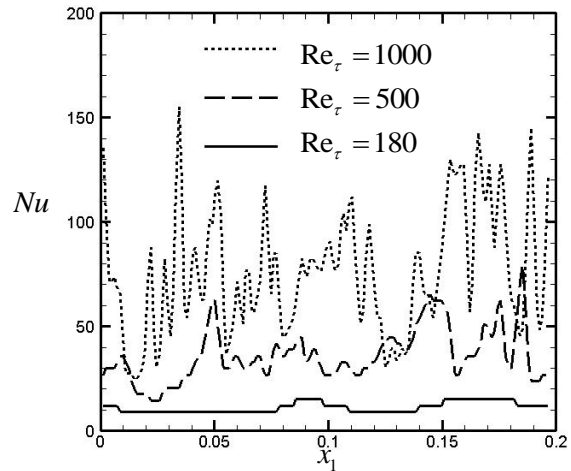


Fig. 4 The Nusselt number near the wall along x_1

At $Re_\tau = 180$, the Nusselt number distributions varies slightly different. However, with the increasing of the Re_τ , the Nusselt number distributions oscillate violently. Especially for $Re_\tau = 1000$, the Nusselt number difference between the maximum and minimum is even more than 100. The higher the Re_τ is, the more violent variation of heat transfer is observed. The average Nusselt numbers of the three Reynolds numbers are 75.827, 36.2611 and 11.1891, respectively.

5. Concluding

Several conclusions are summarized as follows.

1. At high Reynolds number, the present results of DNS and those obtained by spectral codes are well consistent.
2. The compressibility due to the high temperature difference and the turbulence are taken into consideration simultaneously and it hasn't be discussed before.
3. The complicated phenomena interacted between the flow and temperature fields are performed and compared at three different Reynolds numbers.

References

- [1] I. Abalakin, A. Dervieux, T. Kozubskaya, INRIA (2002) No4459.
- [2] S. Yoon, A. Jameson, AIAA. **26** (1988) 1025-1026.
- [3] W. S. Fu, C. G. Li, W. F. Lin and Y. H. Chen, Int. J. Nume. Meth. Fluids **61** (2009) 888-910.
- [4] J. M. Weiss and W. A. Smith, AIAA. **33** (1995) 2050-2056
- [5] J. C. del Alamo, J. Jimenez, P. Zandonade and R. D. Moser, J. Fluid Mech. **500** (2004) 135-144.
- [6] T. Tankitil and J. A. Domaradzki, Journal of Turbulence **11** (2010) 1468-5248.

國科會補助計畫衍生研發成果推廣資料表

日期:2011/07/12

國科會補助計畫	計畫名稱: 流場誘導氣動聲學之計算方法開發與應用
	計畫主持人: 傅武雄
	計畫編號: 99-2221-E-009-058- 學門領域: 熱傳學、流體力學
無研發成果推廣資料	

99 年度專題研究計畫研究成果彙整表

計畫主持人：傅武雄		計畫編號：99-2221-E-009-058-				計畫名稱：流場誘導氣動聲學之計算方法開發與應用	
成果項目		量化			單位	備註（質化說明：如數個計畫共同成果、成果列為該期刊之封面故事...等）	
		實際已達成數（被接受或已發表）	預期總達成數（含實際已達成數）	本計畫實際貢獻百分比			
國內	論文著作	期刊論文	0	0	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	0	0	100%		
		專書	0	0	100%		
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（本國籍）	碩士生	2	2	60%	人次	
		博士生	1	1	40%		
博士後研究員		0	0	100%			
專任助理		0	0	100%			
國外	論文著作	期刊論文	1	1	30%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	3	3	20%		
		專書	0	0	100%	章/本	
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（外國籍）	碩士生	0	0	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
博士後研究員		0	0	100%			
專任助理		0	0	100%			

<p>其他成果 (無法以量化表達之成果如辦理學術活動、獲得獎項、重要國際合作、研究成果國際影響力及其他協助產業技術發展之具體效益事項等，請以文字敘述填列。)</p>	無。
--	----

	成果項目	量化	名稱或內容性質簡述
科 教 處 計 畫 加 填 項 目	測驗工具(含質性與量性)	0	
	課程/模組	0	
	電腦及網路系統或工具	0	
	教材	0	
	舉辦之活動/競賽	0	
	研討會/工作坊	0	
	電子報、網站	0	
	計畫成果推廣之參與(閱聽)人數	0	

國科會補助專題研究計畫成果報告自評表

請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況、研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）、是否適合在學術期刊發表或申請專利、主要發現或其他有關價值等，作一綜合評估。

1. 請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況作一綜合評估

達成目標

未達成目標（請說明，以 100 字為限）

實驗失敗

因故實驗中斷

其他原因

說明：

2. 研究成果在學術期刊發表或申請專利等情形：

論文： 已發表 未發表之文稿 撰寫中 無

專利： 已獲得 申請中 無

技轉： 已技轉 洽談中 無

其他：（以 100 字為限）

3. 請依學術成就、技術創新、社會影響等方面，評估研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）（以 500 字為限）

隨著生活品質的提昇，噪音問題越益受到重視，其中又以流體所誘導的氣動噪音最為複雜。由於計算聲場時，需先計算流場以獲得相關的聲源資訊，過去的計算方式多利用流體速度將其區分為可壓縮與不可壓縮流，此種方法限制許多實際的應用，如高溫自然對流、引擎內部流場與聲場的計算…等。為了獲得精確度極高之聲源資訊，本研究發展全域可壓縮流場計算方法，作為將來聲場計算之流場部份的基礎，改善過去將流體區分為可壓縮與不可壓縮流的缺失，使得程式適用於全域範圍，不僅可解決上述的現實工程問題，所得之模擬結果，可見流體受高溫影響之初期過程，即管道進出口處的流體由於加熱部份的流體膨脹，因此均被向外推出，接著才從管道下方吸入氣體，從上方流出。此種初期現象，首次可經由計算模擬表現出來，在學術研究上亦是一大突破。