

# 猶存俠骨齊夷意（上）

悼亞歷山大·格羅騰迪克（1928-2014）

聯合編輯：亞丁（Michael Artin）·傑克森（Allyn Jackson）·曼弗德（David Mumford）·泰特（John Tate）

譯者：翁秉仁

編者簡介：亞丁是麻省理工學院的數學教授。曾獲沃爾夫獎、美國國家科學獎。

傑克森是美國數學會訊 *Notices* 的責任編輯。

曼弗德是哈佛大學與布朗大學的退休教授。曾獲費爾茲獎、麥克阿瑟獎、沃爾夫獎。

泰特是哈佛大學與德州大學奧斯丁分校的數學教授。曾獲沃爾夫獎、阿貝爾獎。

在許多人眼裡，亞歷山大·格羅騰迪克（Alexandre Grothendieck）是 20 世紀最有原創性與最有能力的數學家。格羅騰迪克也是一位身賦許多其他熱情的人，他不依從常規，所有事都按自己的方式做。

這篇悼文將分上下兩期刊出。首先是對格羅騰迪克一生的簡述，接下來是許多數學家的追思文，他們都認識格羅騰迪克，並受到他的影響。另外本期最後還會附上一段文字，描述他在數學上最傑出研究成就的一部分。<sup>①</sup>

## 傳略

格羅騰迪克 1928 年 3 月 28 日生於德國柏林。父親亞歷山大·沙比羅（Alexander Shapiro）是俄國猶太人，他是一位終生與強權壓迫鬥爭的激進無政府主義者。母親韓卡（Hanka Grothendieck）成長於漢堡的路德教派家庭，有寫作的天賦。

二次世界大戰的動亂，以及格羅騰迪克父母選擇的理想主義道路，讓他的童年歷經貧困流離之苦。五歲時，格羅騰迪克的母親把兒子委託給她在漢堡結識的一家人，直到他 11 歲才與父母在法國重聚。但是沒過多久，他的父親就被遞押，死於奧許維茨（Auschwitz）集中營。

戰爭終了，年輕的格羅騰迪克和母親移居南法蒙貝里耶（Montpellier），並在那裡上大學。1948 年，他和巴黎的重要數學家取得接觸，這些數學家一方面認識到格羅騰迪克的聰穎，另一方面也感受到他數學知識背景的貧乏。一年後，在昂利·卡當（Henri Cartan）和威伊（André Weil）的忠告之下，

格羅騰迪克前往南錫大學（Université Nancy）就讀，在那裡解決了好幾個拓樸向量空間的傑出問題。1953 年，他在史瓦茨（Laurent Schwartz）與丟東涅（Jean Dieudonné）指導下，獲得博士學位。

由於格羅騰迪克當時沒有國籍，在法國很難找到正式職位，於是他先到巴西與美國擔任訪問教職，直到 1956 年才回到法國，在法國國家科學研究中心（Centre National de la Recherche Scientifique，CNRS）任職。1958 年，格羅騰迪克在愛丁堡舉行的世界數學家大會（ICM）中受邀演講，以先見之明，概述了許多未來他將專心致力的數學主題。

同年，一位法國數學家商人莫特肯恩（Léon Motchane）因為正想成立一所新研究院，與格羅騰迪克開始接觸，這就是法國高等科學研究院（Institut des Hautes Études Scientifiques，IHÉS）的濫觴。IHÉS 目前座落於緊鄰巴黎的畢悠（Bures sur Yvette）。格羅騰迪克和丟東涅是 IHÉS 最早聘任的教授。在這段期間，格羅騰迪克全心奉獻給數學，主持一個如今以蔚為傳奇的討論班，他的身邊總圍繞著一群專注的學生和同僚，協助發展他非凡的數學觀念。這個時代完成的多數工作被納入兩套基本的叢書，其縮寫為 EGA（*Éléments de Géométrie Algébrique*）與 SGA（*Séminaire de Géométrie Algébrique du Bois Marie*）。<sup>②</sup>

1970 年，格羅騰迪克突然向 IHÉS 辭職，這項決定完全改變了他的一生。他轉變的原因很複雜，難以簡述。不過 1968 年發生癱瘓法國的學生動亂，格羅騰迪克顯然深受影響，並日益相信應該將精力投注到社會議題的推動，如環境劣化與武器擴



幼時的格羅騰迪克。(Grothendieck 家族提供)



格羅騰迪克的父親和母親。(維基)



散。於是他開始講演這些主題，還建立一個稱為「生存與生活」(Survivre et Vivre，英文簡稱為 Survival) 的國際組織。雖然這項努力在政治上並不成功，但在草根階層，格羅騰迪克對分享他理念的人卻有舉足輕重的影響。格羅騰迪克過世後，「回歸土地」(back to the land) 運動的領導人紛紛為文大力推崇他。格羅騰迪克 1973 年離開巴黎前，還曾短暫在法蘭西學院與巴黎大學奧賽分校任職。之後他轉到蒙貝里耶大學，住在法國的鄉村。

1984 年，格羅騰迪克向 CNRS 申請研究職。他的申請文件就是如今知名的〈計畫要覽〉(Esquisse d'un Programme)，其中包含許多新數學觀念的種子，日後將由他人發揚光大。在格羅騰迪克斷離 IHÉS 之後，這標示了他第一次公開暫訪數學界，但絕非最後一次。不過他再也沒有回頭以形式定理 / 證明的風格來做數學。格羅騰迪克持續撰寫了好幾篇對數學有深刻影響卻從未發表的文件，其中包括《迦羅瓦理論的長征》(*La Longue Marche à Travers la Théorie de Galois*) 以及《尋堆》(*À la Poursuite des Champs*)。

因為獲聘 CNRS 的職位，格羅騰迪克得以留在蒙貝里耶大學，但不需要再教書。從 1983 年到 1986 年間，他寫下另一部廣為流傳的作品《收割與播種》(*Récoltes et Semailles*)，其中一部份是從數學世界大人物的角度來分析他處身的時代。其中因

為他對自己先前的學生和同僚嚴厲抨擊，讓《收割與播種》更是惡名昭彰。

相較於與其他地位相當的數學家，格羅騰迪克和數學社群的切割，意味著他所獲得的獎項與榮耀遠遠不及他人。他 1966 年獲得費爾茲獎，當時人還在 IHÉS，活躍於數學界。過了很長一段時間，1988 年他和德利涅 (Pierre Deligne) 共同獲得瑞典皇家科學院頒發的克拉福德獎 (Crafoord Prize)。但格羅騰迪克拒絕了。

1988 年，格羅騰迪克退休，全心投入寫作，而且逐漸關注與靈性或宗教相關的主題。這段時期，他不時陷入嚴重的心理危機。1991 年，他前往底里牛斯山區，與世隔絕的獨居於小村拉瑟 (Lasserre)，並持續驚人的寫作。2014 年 11 月 13 日格羅騰迪克逝世時，還留下幾千頁的遺作。

① 編註：原文將數學部分放在小傳之後，我們更動了編排的順序，以利閱讀。文章中的小標是原作者悼文的標題，所以有些沒有題目。本文篇名出自丘成桐為格羅騰迪克寫的悼詩。

② 譯註：這兩套書各有許多卷，後文將以如 SGA2 的記法，表示 SGA 第二卷。



大約是 1961 年，格羅騰迪克（左）和阿提雅（右）攝於某次「波昂研討會」河船遊覽。（感謝 estate of Friedrich Hirzebruch 提供照片）

## 阿提雅 Michael Atiyah

作者簡介：阿提雅長期任教於牛津與劍橋大學，現為愛丁堡大學榮譽教授，劍橋大學三一學院院士。1966 年費爾茲獎與 2004 年阿貝爾獎得主。

### 我所認識的格羅騰迪克

我第一次遭逢格羅騰迪克旋風，是在首次舉辦、規模還很小的「波昂研討會」（Bonn Arbeitstagung）上，時間是 1957 年 7 月。我的記憶仍然很鮮明，當時格羅騰迪克每天講演數小時，詳細說明他對於賀茨布魯赫 / 黎曼 / 羅可定理（Hirzebruch-Riemann-Roch Theorem, HRR）嶄新的 K 理論推廣。根據札基爾（Don Zagier）所言，波昂研討會的紀錄顯示格羅騰迪克在四天裡總共講了 12 小時。

那是一段很令人興奮的經驗，他以激情和確信的態度傳達了精采絕倫的想法。幸運的是我當時很年輕，大概和格羅騰迪克差不多年紀，所以能吸收並且終究可以運用他偉大的成就。

仔細回想起來，我們可以發現，格羅騰迪克是對的人出現在對的時間。當時塞爾（Jean-Pierre Serre）已經為代數幾何打造新的基礎，包括層上同調理論（sheaf cohomology）。而賀茨布魯赫（Friedrich Hirzebruch）已經以他和伯瑞爾（Armand Borel）簡化的陳氏類為基礎，發展出完整上同調版本的形式理論。對當時許多人來說，HRR 已經是數世紀以來代數幾何發展的頂點，是

這項主題的顛峰。

但是，格羅騰迪克站在布巴基學派（Bourbaki）的肩膀上看向未來，他看出像普適性（universality）和函子性（functoriality）這類抽象結構的概念，將成為支配全局的要素。格羅騰迪克能夠引介並發展 K 理論，是基於他對同調代數（homological algebra）的嫺熟，以及他精湛的大師技藝，才能夠像壓路機一樣，勢如破竹的一路碾入凡人不敢輕易涉足之境。他的成就——格羅騰迪克 / 黎曼 / 羅可定理——是 HRR 非凡的函子化，把整個證明化簡成留待伯瑞爾和塞爾去完成的習題！

這項偉大的成就，以及他早期在泛函分析的工作，使他成為真正的數學家，並因而獲得費爾茲獎。然而眾所周知，為了抗議蘇維埃政權，他並沒有參加在莫斯科舉行並頒獎的 1966 年 ICM。格羅騰迪克新穎的哲學吸引了一批信徒，他們共同發展出恢弘而嶄新的理念，遠超過我的能力來描述。

就我個人來說，格羅騰迪克的 K 理論，加上在後續波昂研討會中萌芽的拓樸概念，最後賀茨布魯赫與我發展成拓樸 K 理論，其重要基礎則是知名的柏特週期性定理（Bott periodicity theorem）。然後，透過奎倫（Daniel Quillen）等人的想法，又產生代數 K 理論這項連結拓樸、代數幾何和數論的重要理論框架，其中的想法深刻而優美，不但具有遠大的前景，也留給後人許多令人怯步的問題。這是格羅騰迪克傳奇的一部分。

第一次波昂研討會對我而言，還有另一個教育的面向。1959 年秋，在普林斯頓高等研究院的每個週六早晨，伯瑞爾、塞爾和泰特主持了一個很專業而細節的討論班，闡述格羅騰迪克概形（scheme）

觀念的代數基礎。我當時是討論班裡的勤奮學生。結果我所學的交換代數（commutative algebra）足以及在牛津大學開設一門短期課程，最後還出了一本我和麥唐諾（Ian Macdonald）合著的教科書。這本書也許稱不上暢銷書，但讀它的學生遍及全世界，主要因為它很短小，大家負擔得起。但是這本書也給人錯誤的印象，以為我是交換代數領域的專家。一直到現在，我都還會收到電子郵件，問我關於這個主題的棘手難題！

後續幾年，我和格羅騰迪克經常在波昂、巴黎，或其他地方見到面，建立了我們的友誼。格羅騰迪克喜歡我早期的一篇論文，那篇文章以後來所謂的「阿提雅類」為基礎，在層論架構中導出陳氏類。但另一方面，他就沒那麼在意阿提雅 / 柏特固定點公式（Atiyah-Bott fixed point formula），認為這是他普遍理論的例行結論。嚴格來說他是對的，但是這個定理可以導出緊緻李群表現特徵標（character）的魏爾公式（Weyl formula），他或其他人卻都沒有完成這項與魏爾公式的連結。

格羅騰迪克對我的研究的兩個反應其實頗有啟發性。他之所以對我早期研究印象深刻，是因為那不屬於他普遍理論的一部分。但是對於我認為要有意義得多的阿提雅 / 柏特固定點公式，格羅騰迪克只把它想成是他大機器中的一環，因此既不意外也不感興趣。

我記憶裡有兩則故事值得一記。第一則發生在一次知名的萊茵河遊覽，這是波昂研討會的重點節目。當時格羅騰迪克和我一起坐在上甲板的長椅上，他把腳伸放到對面的長椅。一名船員走過來，很合理的請他把腳放下來。格羅騰迪克就如 dig his

heels in（絕無妥協）字面上所言，腳後跟動也不動，回絕了那名船員。後來，那位船員帶著長官回來，重複他們的要求，但是格羅騰迪克再度回絕。這個對峙態勢很快升高。最後船長走過來，揚言要把船開回港口。賀茨布魯赫用盡外交技巧，方才弭平這樁重大的國際事件。這段故事顯示格羅騰迪克在私人生活中有多麼堅持己見，我想這也平行的形諸他對數學絕無讓步的態度。差別是在數學世界，他基本上是成功的。但是在現實社會裡，他的固執性格會不可避免的導致災難和悲劇。

第二段私人回憶是，格羅騰迪克有次向我透露，當他 40 歲時就要離開數學改做生意。他的語氣很當真，我倒是半信半疑。結果他真的在那個年齡左右離開數學界，成為一個非典型商人。他處理的不是狹窄的貿易世界，而是搭配他這樣有遠見的人物，參與了宏大尺度的世界事務。只是很不幸的，讓他在數學學術世界舉足輕重的天分，卻完全不足以、也不適於應付外在世界。讓政治成為「可能的藝術」的那種妥協手段，正是格羅騰迪克深惡痛絕的事。

格羅騰迪克是莎士比亞塑造的那種悲劇人物——英雄毀於自己內在的弱點。正是這樣的性格特質，既讓格羅騰迪克成為擁有巨大影響力的偉大數學家，卻全然無法勝任他為自己後半生所選擇的截然不同角色。



塞爾攝於 2009 年。（MFO 提供）

## 巴斯 Hyman Bass

作者簡介：巴斯是密西根大學傑出講座教授。2006 年獲美國國家科學獎。

### 見證格羅騰迪克的一生

格羅騰迪克對我的數學生涯有很大的影響，但絕大部分都是間接的。我與他只有很少數的個人接觸。不過在 1960 年代晚期，我倒是近距離的目睹代數幾何如何在他的領導與啟迪下，發生根本的轉型。格羅騰迪克是一位大器又有遠見的人。但儘管身懷驚人的原創力，他的宏大計畫仍然需要有人協助推廣，於是他穩定的招募到當時法國最好的年輕數學人才，像維杰爾（Jean-Louis Verdier）、雷諾（Michel Raynaud）、易路齊（Luc Illusie）、迪馬澤（Michel Demazure）等等，我和他們有比較密切的接觸。

在這個環境裡，我主要的接引人與導師是塞爾，他是另一位全面向的數學家，但卻具備全然不同的風格與親近性。如果說塞爾是莫札特，那格羅騰迪克就是華格納。橫跨幅員廣大的數學領域時，塞爾似乎能通曉其中最該努力的問題——其意義深遠又具戰略關鍵性。而且塞爾有一種不可思議的直覺，能夠正確的指引個別數學家（不論其地位如何）前往豐饒多產的研究方向，包括我個人在內。

格羅騰迪克的 IHÉS 討論班，雖然參加人數不多，但步調非常緊湊，就像唱歌劇一樣。有一回，卡迪

耶（Pierre Cartier）正在報告，且正奮力回答格羅騰迪克對某引理證明的質疑。在某個時刻，格羅騰迪克說：「如果沒有它，你就一無所有。」（si tu n'as pas ça tu n'as rien）我還記得我當下覺得這個事件是很重要的人類 / 數學故事，真遺憾當時沒有專業歷史學家來深入捕捉這個事件的智識與人性維度。

格羅騰迪克對我研究的影響始自波瑞耳與塞爾的文章，也就是格羅騰迪克推廣黎曼 / 羅可定理的證明。這篇重要的文章醞釀了拓樸 K 理論（阿提雅與賀茨布魯赫）與代數 K 理論的誕生，我前後投入研究後者超過 20 餘年，大部分都處於格羅騰迪克革命影響的邊緣地帶。

## 卡迪耶 Pierre Cartier

作者簡介：卡提耶是 CNRS 的退休研究教授，IHÉS 的訪問學者，也在巴黎狄德羅大學（巴黎第七大學）兼職。

### 年輕格羅騰迪克的點點滴滴

格羅騰迪克的科學生涯發軔於 1948 年 10 月，他當時 20 歲。拿到了蒙貝里耶大學的學士學位後，他獲得巴黎的博士獎學金。這一年正是知名卡當討論班開始的年度。格羅騰迪克參加了，但不是很受用。因此轉到南錫大學開始泛函分析的研究，完成他非常知名的博士論文。

我自己的科學生涯則從 1950 年 10 月開始。那年我進入巴黎高等師範學校（École Normale Supérieure），熱切的想要學習所有的東西，開啟我終生對代數拓樸與同調代數的興趣，同時建立了和卡當與艾倫伯格（Samuel Eilenberg）的長久友誼。



在這段期間，格羅騰迪克在南錫的名聲迅速傳開，即使在巴黎（！！）的我們都注意到了。我不十分記得他和我第一次見面的時間，也許是 1953 年的某次布巴基討論班<sup>③</sup>。我首次認識他的研究是透過史瓦茨的介紹。當時，史瓦茨離開南錫到巴黎，讓我們

又多了一位「數學父親」（第一位是卡當）。史瓦茨當時因為發明「廣義函數」（distribution）的概念而非常有名氣，他的泛函分析課有許多熱情的跟隨者，像是里翁（Jacques-Louis Lions）、馬盧格宏日（Bernard Malgrange）、馬提努（André Martineau）、布忽雅（François Bruhat），還有我。史瓦茨在巴黎的第一場討論班演講，主題就是格羅騰迪克的博士論文。我很活躍的參與其中，尤其對核定理（theorem of kernel）與庫尼斯定理（Künnetht's theorem）的拓樸版本特別感興趣。這是格羅騰迪克論文中兩個很令人意外的定理。

首先，當時在法國數學界有卡當、塞爾與史瓦茨結果豐饒的研究合作。他們運用深刻的分析方法，完成複變解析函數上同調理論的最後一里路。其次，在另一頭，當時蘇聯的葛爾方德（Israel Gelfand）把拓樸張量積（topological tensor product）與核空間應用到機率論如敏羅定理（Minlos's theorem）與隨機分布，也應用到數學物理如量子場論。追索格羅騰迪克的研究，如何從泛函分析轉移到代數幾何是一件很有趣的事。不過此處不宜說明，我準備找一天再來處理。

我們過往相當緊密的時期，大概是從 1955 年到

1961 年間，布巴基在這兒扮演了重要的角色。我十分鮮明的記得我們最早接觸的某個畫面，發生在龐卡赫研究所（Institut Henri Poincaré）。1955 年 3 月，格羅騰迪克在布巴基討論班給完關於凸性不等式的特別演講後，他告訴我說：「我們兩個很快就會加入布巴基。」

1955 年 6 月開始，我開始有規律的參加布巴基的會議，格羅騰迪克也很快跟進。在 1956 年到 1960 年間他非常活躍。1955 年 6 月我們見面之時，最值得閱讀的就是他知名〈東北論文〉（Tôhoku paper）的初稿，在論文裡他為同調代數開啟了新生命。

當時我們最重要的挑戰——尤其是塞爾在 1955 年發表〈代數連貫層〉（Faisceaux algébriques cohérents）的論文後，就是去設想一套層上同調理論（sheaf cohomology），要能夠應用到最廣義的拓樸空間，尤其要包括非豪斯朵夫空間（Hausdorff space）與非局部緊緻空間在內。

這個理論需要構造一種嵌射拆解（injective resolution），但沒有人知道該如何進行<sup>④</sup>。結果，格羅騰迪克運用日後他最喜歡使用的策略，從上往下解決了這個問題。他的想法是追問一個範疇（category）一旦容許嵌射拆解時，它所需要的公

<sup>③</sup> 在當時，這是全法國數學家一年三次的會議。法國數學學會那時是個有風韻卻昏昏欲睡的老太婆。

<sup>④</sup> 在格羅騰迪克〈東北論文〉出版後，葛德蒙（Roger Godement）在他知名教科書中給出嵌射層的初等構造方式。

設性質。然後再檢查最廣義拓樸空間上的層所構成的範疇，是否滿足這些公設。

讓我們回到布巴基。當時這個學派面臨轉捩點，一個世代的轉換。布巴基研究的所謂第一階段（六個系列）是針對數學基礎（foundation），他們基於集合論與無所不在的結構與同構（isomorphism）觀念，重新建立所有的數學概念。

在當時，第一階段成果的出版正順利進行<sup>⑤</sup>，但是之後該做什麼呢？在眾多的計畫中，大家覺得不論是承自埃里·卡當（Élie Cartan）<sup>⑥</sup>的微分幾何；還是薛瓦雷（Claude Chevalley）、朗（Serge Lang）、薩姆耶（Pierre Samuel）、塞爾、威伊重視的代數幾何，幾何學都是重要的柱石。我們希望能夠為各式各樣的流形（manifold）給出統一的表示方式。當時有三組彼此競爭的提議——卡當和塞爾的賦環空間（ringed space）；艾倫伯格的「地圖」局部範疇（local categories of “charts”）；以及威伊、葛德蒙、格羅騰迪克針對微分計算更代數化的版本。結果三者都沒有被大家接受，但是格羅騰迪克在他的概形理論中持續運用這些想法。

讓我附帶再提一些我個人的回憶。所有這些布巴基的夏季會議都在阿爾卑斯山區舉行。第一次的位置鄰近迪伊（Die）<sup>⑦</sup>，舉行於沙里耶勒班松脂浴泉會館（Etablissement Thermo-résineux de Salières-les-Bains Salières-les-Bains）——那是一種巧心設計的桑拿浴。第二次會議則在佩厄沃（Pelvoux-le-Poët）一棟安靜的山中旅館舉行。

在迪伊那次，我記得格羅騰迪克很晚到。他先錯過了和塞爾約好的時間，塞爾本來要開車載兩人前往。然後他又錯過和我們搭夜車的約定，並且還搭

錯車，最後只好從瓦倫斯（Valence）步行到迪伊<sup>⑧</sup>。

！塞爾很不高興。另一次，他給我一份文件閱讀。結果頁面之間夾了一封信（德文信！），來自他語氣很不愉快的巴西女友。

我還記得一件比較不特別的事。迪伊附近的深山裡，住著卡當和威伊的老友勒高（Marcel Légaud）。在威伊的自傳中曾提到勒高寫了一些「虔誠的作品」。在1970年代，格羅騰迪克也曾經屢次提起這些著作。勒高本來是數學家，後來離開數學改去養羊，成為某種公社的「導師」，遠早於後來的嬉皮居地浪潮。格羅騰迪克和我想一起去拜訪這位大師。在卡當清楚的指點後，兩人就開始長途跋涉。在路上，格羅騰迪克向我坦承在數學裡，99%是勞務，只有1%是興奮。他想離開數學去寫小說或詩。他最後還真做了！那時大概正是格羅騰迪克的母親過世的期間，大家都知道她想要當一名作家<sup>⑨</sup>。在某次我們見面時，他還曾把母親帶來，她很害羞。

在1960年布巴基的一次夏季會議裡，威伊和格羅騰迪克發生衝突，事情的發生完全出人意外，當時我們正在讀格羅騰迪克關於微分計算的報告，威伊一如以往提出令人很不好受的意見，沒有人當真，除了格羅騰迪克。他當下直接離開，幾天之後才回來。他們兩人個性都不很穩定，我們也不知道爭執的關鍵。儘管朗和泰特試著去調解，但格羅騰迪克再也沒重新考慮過，解消自己從布巴基的自我放逐。

我必須有更長的篇幅，才能談格羅騰迪克1970年代政治活動的長篇故事。他永遠是反對者中的反對者（想想越戰）。即使你的政治陣線與他很靠近，

和他站在同一邊的經驗仍然常常很痛苦，因為他拒絕任何形式的妥協。這是他一直以來的生活方式。他是永遠的反抗者。

## 德利涅 Pierre Deligne

作者簡介：德利涅是普林斯頓高等研究院的數學退休教授。1978 年獲費爾茲獎、1988 年克拉福德獎、2008 年沃爾夫獎、2013 年阿貝爾獎。

1965 年初，我第一次參加格羅騰迪克的討論班，聽得迷迷糊糊。我知道何謂上同調群，但不理解反覆出現的「上同調對象」(objet de cohomologie) 表示什麼。演講後我問格羅騰迪克這個詞的意義。他很親切的告訴我，如果在交換範疇(abelian category) 中，合成態射(morphism)  $fg$  為零，則  $f$  的核(kernel) 除以  $g$  的像(image) 就是上同調對象。

我認為格羅騰迪克的典型特質，就是對魯直無知的容忍，以及絕不高傲鄙下。這鼓勵我敢於發問「愚蠢」的問題。

他傳授「技藝」的方式，是要求我以他的講義為基礎，撰寫 SGA4 的第 17 和 18 章。我所謂「技藝」，包括對代數解形(variety) 上同調群的感受與如何寫作兩者。他回覆我的第一份草稿上，寫了許多意見與「訓令」，像是「絕對不要兩面都寫」、「行與行間要留下充裕的空白」，還有「證明與相關的敘述一定要寫完整」。而核心規則則是「絕對不容許錯誤的斷言。」一想到同調代數裡的正負號問題，就知道想要遵守這個規則並不容易。

若借用《收割與播種》裡的意象，當時格羅騰迪克和圍繞他的我們就像在蓋房子，他是建築師兼建



築工，我們則是盡量幫忙，幫忙搬幾塊磚頭。我非常幸運，有他當我的本師(Master)。我從他身上學到很多，尤其是以模諦(motive) 哲學為指導原理，完成我個人最滿意的研究，像是混合赫吉結構(mixed Hodge structure) 理論。

從他以及以他為典範，我也學習到不要以證明的困難度來贏得榮耀。困難只反映了我們的不理解。最理想的情況宛如畫一幅風景畫，在畫裡證明的呈現顯而易見。我很欽佩他能多次達成這樣的理想。

在《收割與播種》裡，格羅騰迪克很嚴厲的批評我。我總是把它當作「愛之深，責之切」的徵象。我的任務是要自行判斷，他的批評裡哪些是對的，並能因此受益。

格羅騰迪克協助我成為數學家並分享他的看法，我深摯感謝他。

⑤ 不過還是需要好幾年才修改完成，一直到所謂的「最終版」出版。

⑥ 他是昂利·卡當過世的父親。

⑦ 卡當家的夏日別墅就在迪伊，他固定為當地某雨格諾派教堂(Huguenot church) 演奏風琴。(譯按：雖然他並非教徒。)

⑧ 譯註：兩地直線距離將近 40 公里。

⑨ 她曾經寫過一類似自傳的德文著作《一個女人》(Eine Frau)。

## 迪馬澤（Michel Demazure）

作者簡介：迪馬澤曾任教於法國綜合工科學校，巴黎發現館博物館館長，法國科學與工業城博物館館長。

1985 年，我收到一個沉重的包裹，裡面裝著格羅騰迪克的《收割與播種》。在第一頁附了一張他的童年照片，背面格羅騰迪克以他眾所周知、頗具個性的筆跡，寫著底下的獻詞：

Pour Michel Demazure— cette réflexion sur un passé et sur un présent, qui nous impliquent l'un et l'autre. Amicalement,—October 1985, Alexandre Grothendieck.

（獻給米歇·迪馬澤——對涉及你我的過去和現在的思索——亞歷山大·格羅騰迪克，1985 年 10 月）

一如往常，他慎重的斟酌用詞，像是有雙重意義的 réflexion，平衡的 passé/présent，以及他選擇 l'un et l'autre，而非顯然常用的 tous les deux。還有令人印象深刻的用詞 impliquent，我被「牽連」到一段共同的過往，那是我 20 到 30 歲之間的時光。

我認識他，首先是透過他那兩篇沈重又難讀的研究論文 EVT（Espaces vectoriels topologiques，拓樸向量空間）與 PTT（Produits tensoriels topologiques，拓樸張量積），然後是聆聽他的演講，熱切看著「新生」代數幾何的成長（對年輕一代的我們，這是嶄新又明顯「正確」的走向。）我還記得 1959-60 學年度在普林斯頓大學的研究生學院時，我曾經在高等研究院的討論班，報告過 EGA1 的內容。我的英語非常拙劣，總是把「jee sub jay」讀成「jay sub jee」，結果聽眾都跑光了。我回到法國服完兩年兵役之後，格羅騰迪克成

為我的論文指導教授（1962-64），我協助他撰寫 SGA3。

所有和我分享如何從格羅騰迪克「忠告」獲益的人，都理解那是多麼強烈又具啟發性的獨特體驗。我永遠忘不了當時每週半天坐在他身旁，在橫線紙或空白紙上塗鴉的光景。我很訝異於在過程中，他如何發現（看見！）東西的方式。格羅騰迪克會很快樂的攀登上抽象的層級，好像他早就在那兒一樣。我無法把他看成我職涯中遇到的其他偉大數學家，這些人和我的素質更相契——確切的說，他們的素質比我好，更加靈敏、明快、勤勞。然而格羅騰迪克卻總是顯得截然不同。他根本是「外星人」。

1964 年秋天，我拿到博士後，成為史特拉斯堡大學的教授，由於距離拉遠，我和格羅騰迪克的關係轉淡。SGA 討論班雖然持續中（其實 SGA3 應該加個括號，因為它並不真的屬於 SGA 主流），但我因為地理因素無法參與。兩年後，我雖然轉到南巴黎大學（巴黎第 11 大學）的奧賽分校，但卻已經有了新的興趣，背負了新責任。

我必須承認，我對他的數學觀從未覺得妥當放心。當我和他還有接觸時，我無法用言語說清這種不安。但我現在更清楚了，其中包含兩個部分。

重讀《收割與播種》以及格羅騰迪克和賽爾的通信錄，我發現自己的第一個不安圍繞在底下的問題——究竟數學所為何事？當然，當我見到普遍性工具的完美無暇時（我也貢獻一部份），的確感到愉悅。不過如果能夠看到這些工具可以對特殊情境多說些什麼，我會更加高興。然而，特殊情境通常沒有這些工具足以揮灑的空間（大小、維度），甚至還相互抵觸。我記得史坦伯格（Robert

Steinberg)說過,「可惜簡單李群那麼少,而且大部分都是古典李群。」如果異殊李群(exceptional Lie group)能夠多一點,他會更高興(我也是)。我想這種針對例外的樂趣,格羅騰迪克一定無法理解。

我的第二個不安集中在「計算」(computation)的問題,這也佔據了大部分格羅騰迪克和布朗(Ronald Brown)的通信(與爭論)。我一直喜歡計算。1955年,我甚至在進入巴黎高等師範學校前,以一整個夏天投入法國第一家電腦公司的工作。我認為一個完整的數學理論,應該推导出有效的計算方式。格羅騰迪克不喜歡計算(也恨電腦!)他給布朗的信中說:「你所提出的問題『這種表述方式要如何得出可以計算的方法』,對我完完全全不是問題!」如果將這和渥伊沃茨基(Vladimir Voevodsky)30年後的說法相比,你會感到很驚訝。我認為渥伊沃茨基是格羅騰迪克的真正接班人,但他卻說:「很快事情就很清楚,想要找到真正能長期解決我碰到的問題的方法,就是使用電腦驗證數學的推理。」

上面的說法可能誤導讀者,隱藏了我對格羅騰迪克——以及塞爾和提茲(Jacques Tits)——的莫大謝意,他曾經大力豐富我的智識素養。一個人是無法擺脫「格羅騰迪克方法」的。這麼多年來,每當我與難題奮鬥受阻時,我習慣問自己格羅騰迪克會怎麼說?他幾乎肯定會說:「只要以正確的方式敘述你的問題,你就會見到問題的答案。」

如果真存在「數學空間」,格羅騰迪克會是一個極點(extremal point),而且可能極端到外人無法感受到它。在這個「數學時空」裡,有那麼一段時

間區間,我曾經接觸到這個極點,那是我生命的關鍵時刻。

以他的說法,當時我正與他「牽連」在一起。

## 葛林伯格 Marvin Greenberg

作者簡介:葛林伯格是加州大學聖塔克魯茲分校的退休教授。他著有《歐氏與非歐幾何》(1974,增訂第四版2008)。

### 憶格羅騰迪克

我1959年的博士論文,證明了朗提出的一個算術代數幾何猜想,其中引入一項複雜的技巧。後來我透過丟東涅的筆記,學到格羅騰迪克以概形為新基礎的代數幾何。我重寫論文,改以這種新語言發表。從這種新觀點,顯示我發現了一種非常自然而有用的函子,後來格羅騰迪克將這個函子納入他的「降貼」(descent)一般理論。

當我在柏克萊教書時,聽說格羅騰迪克將在1961年秋天訪問哈佛,於是我申請獎助到哈佛跟他學習,1962年春天繼續跟他到巴黎IHÉS。我第一次見識到格羅騰迪克上課的印象,覺得這個人是從某個遙遠太陽系進步外星文明傳送到地球來的,而他訪問地球的目的是要加速我們的智識演化。他的光頭,講話快疾、密集、睥睨天下的樣子,再加上他全新的概念,對代數幾何的普遍性觀點,在在都加強了這種印象。

我記得有次格羅騰迪克在哈佛演講希爾伯特概

⑩ 譯註:法文動詞impliquer有兩種用法。一種是簡單的「蘊含」,如「A蘊含B」。另一種則有「牽連」或「捲入」之意,如「A捲入對付B的犯罪。」

形。結束的時候，他突然又宣稱可以把某項主題再做更普遍的延伸，當時人在聽眾中的查理斯基（Oscar Zariski）趕忙停止他超時，要求他「請試著稍微自我控制一下。」

在巴黎，我參加格羅騰迪克日後成為 SGA 叢書的討論班。他的講演征服了所有人，我也多少被他強勢的人格給嚇到。雖然如此，在演講中場休息時間，我還是走向格羅騰迪克，試著跟他隨性聊聊天。我說昨晚聽了一場很棒的交響曲音樂會，只花了幾個法郎。他堅定的回我一句：「喔，可是這也花掉你的時間。」格羅騰迪克顯然非常勤奮做數學，用在其他事情上的時間所剩無幾。

這讓我覺得根本不適合跟這麼可畏的人交誼。所以後來當格羅騰迪克邀我到他家，跟他與妻子一起用餐時，我還真是受寵若驚。他們居家像工人階級，毫無矯飾。他太太忙著照顧小嬰兒，而格羅騰迪克只願意浪費很少的時間做簡短的交談。有紙和筆在手，他把幾乎所有時間都花在描述如何應用我所找到的函子，我跟不上他的這些建議。格羅騰迪克也鼓勵我在概形架構裡，研究如何呈現重要的聶洪（André Néron）極小模型理論（minimal model theory），因為本來的理論是用威伊建立的舊基礎語言書寫的。

我真的開始研讀聶洪的著作，而且在三年後，朝格羅騰迪克建議的方向做出一些進展。在亞丁的協助下，我選定聶洪的一個結果，將它以概形語言描述，並證出一個遠為普遍的新版本，而格羅騰迪克幫忙安排將這個結果發表在《IHÉS 數學集刊》（Publications mathématiques de l'IHÉS）上。

文章出版後，我和格羅騰迪克就再也沒有直接的

接觸，但後來倒是出現了別的聯繫。例如我曾在加州大學聖塔克魯茲分校皇冠學院開設過一門課叫「追求覺悟」（The Quest for Enlightenment），其中探討了克里希那穆提（Jiddu Krishnamurti）的教誨。多年之後，格羅騰迪克在《收割與播種》中，將克里希那穆提列為我們時代的 18 位覺者之一。

格羅騰迪克在數學上的豐饒成果與原創力，展示了一種我從不敢想像，以一人之力可以達到的智識層級。我永遠感謝他，曾經花了一點時間，親切的啟迪我完成一些貢獻。現在大家似乎有共識，認為格羅騰迪克的晚年瘋了，對這樣的看法我強烈反對。是這個正常社會的瘋狂，最後導致像格羅騰迪克這樣的的天才退出了。最近的例子則是帕瑞爾曼（Grigory Perelman）。

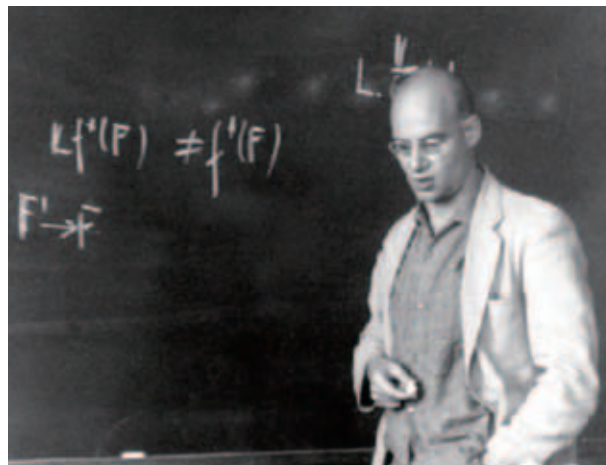
## 哈特曼（Robin Hartshorne）

作者簡介：哈特曼是加州大學柏克萊分校的退休教授。

### 對格羅騰迪克的反思

從哈佛大學主修數學畢業之後，我在巴黎高等師範學校待了一年，上過卡當、塞爾、薛瓦雷的課，學了一些點拓與層論。進入普林斯頓博士班之後，我開始閱讀塞爾的〈代數連貫層〉，想要研究代數幾何。但是當時的普林斯頓沒有代數幾何課程，因此，1961 年秋天我又回到哈佛，而當時格羅騰迪克正在那裡。

格羅騰迪克的課程講的是態射局部性質，後來收入 EGA4。另外，他還主持兩個討論班，一個研討



局部上同調理論，另一個研究構造的技術，包括希爾伯特概形、畢卡概形（Picard scheme）等等。我能理解他的方法才是「正確的道路」，於是一頭栽進他的世界裡。1963 年我完成博士論文，討論希爾伯特概形的連通性（connectedness）。雖然格羅騰迪克不是我正式的指導教授，也不曾跟我討論研究進度，但是我很確定，是他創造發現所產生的刺激氛圍，為我提供了可以完成這項研究的背景。

我送給格羅騰迪克一份論文草稿。他回了一封很長的信，其中有幾句對結果讚賞的話，然後是非常多頁關於希爾伯特概形更深入的問題，其中大部分問題到今天都還沒有答案。只要他得知一項新結果，都會再衍生出一大堆可再深入探討的問題。

幾年之後，我在哈佛主持一個討論班，想要討論格羅騰迪克的對偶性理論（theory of duality）。他在 1958 年 ICM 大會中已經提及這個想法，但那時還沒有人去發展這個觀點。格羅騰迪克同意了，還寄給我大概 250 頁的討論班「預備講義」。我的任務是消化這些材料，補足細節，在討論班上講授，然後再撰寫成講義。這是一個大挑戰，因為它包括了第一次出現的威迪爾（Jean-Louis Verdier）導來範疇（derived category），格羅騰迪克用它來發展概形態射的對偶性理論。我把這段與格羅騰迪克工作的階段當作我的「學徒時期」。我們一直保持通信，我寄給他討論班演講的草稿，然後他把稿子寄回給我，上面用紅墨水寫滿意見。透過這個方式，我學到了他闡述數學風格的手藝。後來這份講義《留數與對偶性》（*Residues and Duality*）1966 年以司普林格出版社《數學講義叢書》（*Lecture Notes in Mathematics*）第 20 冊出版。出書之後，

我便不太常見到他。但是過一段時間後，他倒是問我：「嗯，那些講義是寫得不錯的初稿，不過你什麼時候才要把討論對偶性的書寫出來？」我沒有回答，因為我的研究已經轉移到其他方向了。

我最後一次見到格羅騰迪克本人，是 1971 年在加拿大安大略省的京斯頓（Kingston）。他當時已經盡量遠離數學，在數學演講中把等份量的時間分給他新創建的「生存」組織。我能夠領受格羅騰迪克信仰中的真誠，但也覺得他在政治行動上是無可救藥的天真。

1977 年，我完成《代數幾何》一書。基本上，這本書是以概形和上同調群介紹格羅騰迪克的思考方式。我寄了一本給他，並附上一張便條致意，感謝我從他那兒所學到的一切。他回了一張禮貌性的卡片，上面說：「這看起來是本好書，如果有一天我再教代數幾何，我會看看內容。」

在格羅騰迪克駁雜的反思之書《收割與播種》近開頭處，他提到 les héritiers et le bâtisseur（繼承者與建築工）。做為大工頭格羅騰迪克的繼承者，我現在有幸住在他建造的幾個房間裡，運用他發明的工具繼續鑽研我對古典幾何的理解。我一生研究的啟迪必須歸功於他。

## 易路齊 (Luc Illusie)

作者簡介：易路齊是南巴黎大學的榮譽教授。

### 令人印象深刻的格羅騰迪克

1959-1970 年間，格羅騰迪克是 IHÉS 的教授。在他領導的討論班（有名的 SGA）裡，有一群學生圍繞他，一起探討「大師」發現的新領域，我們人數很多，來自世界各地不同角落，大家一起參與這項探險，建立了可說是代數幾何的黃金時代。

討論班每週二下午在 IHÉS 舉行，一期大概一到兩年，上課的地點以前曾是一座音樂臺閣，後來被改建成圖書室與演講廳，有著面向瑪麗森林（Bois-Marie）公園的大觀景窗。有時候上課前，大師會帶我們到森林中散步，告訴我們他最新的想法。

討論班的內容主要是格羅騰迪克自己的研究。有時遇到某些有關的結果，他會委託學生或同事報告。例如 SGA7 的討論班中，格羅騰迪克曾經請德利涅將古典的畢卡 / 列夫謝茲公式轉譯到平展上同調理論（*étale cohomology*）的架構，因為他曾對我承認不懂這道公式的證明。這個平展理論的類比，後來在德利涅證明有限體黎曼猜想時扮演了關鍵的角色。

在黑板前面，格羅騰迪克的活力令人印象深刻，授課內容則總是清楚明白、井井有條，沒有黑箱，沒有概述，所有東西都鉅細靡遺的解釋。有時候，格羅騰迪克會跳過他認為純粹是例行程序的驗證（不過也有可能結果比初步的印象更棘手）。演講之後，聽眾會到行政大樓去喝茶，這是大家一起討論演講裡各項論點並交換彼此想法的機會。

格羅騰迪克喜歡要求學生寫下他演講的講義，透過這個方法，讓他們可以學到東西。關於文稿編輯，格羅騰迪克的要求很嚴謹、標準很高。譬如我快 50 頁的打字稿，上頭就寫滿了他的批評與建議。我記得我們在他家，一整個下午逐項檢視這些意見的過程。格羅騰迪克希望文稿結果必須以自然的架構呈現，這通常意味著最普遍性的可能原理。他認為所有東西都要證明，要絕對摒除像「很顯然……」「很容易就能看出……」這類語句。我們逐點逐字的討論數學，但也討論標點符號與用詞順序。至於文章的長度完全不在他的考慮之內，如果某個枝節雖然離題但很有趣，他也會欣然納入。

我們經常無法在晚上八點前完成討論。這時格羅騰迪克會邀請我和他的妻子米荷莉（Mireille）以及他們的小孩一起簡單用餐。餐後，作為一種娛樂的形式，他會跟我解釋最近思考的數學。在一張白紙上，格羅騰迪克用他精巧靈活的手，握著大筆即興書寫，偶而停留在某個符號上，然後再愉悅的振筆疾書。他的聲音溫柔而動聽，有時會因為自己心中萌生的異議，發出「啊！」聲突然中止。最後，他會送我到車站，搭最後一班火車回巴黎。

## 卡茲 (Nicholas Katz)

作者簡介：卡茲是普林斯頓大學的數學教授。

我不認為有必要——我希望——討論格羅騰迪克的數學成就與數學願景。對於不曾與格羅騰迪克親身接觸的人，比較陌生的或許是他令人讚嘆的神采魅力。我們認為他（就像他在《收割與播種》中的自述）就像建築工地的大老闆。當他要求某人執行

工地裡的某項任務，被詢問的人會覺得這是他或她莫大的榮耀，充滿驕傲，而且會很高興的去進行手頭的工作（也許這得花上許多年才能完成）。與他這種魅力相配合的是，格羅騰迪克還有一種不可思議的能力，知道什麼人適合做什麼工作。只要檢視那一長串名單，看看誰的研究後來成為格羅騰迪克工地的重要部分就能明白。

## 克萊曼 (Steven Kleiman)

作者簡介：克萊曼是麻省理工學院的退休教授。

我第一次見到格羅騰迪克是 1961 年 9 月在哈佛。當時我是很熱切的新研究生，而他則是第二次來訪授課。格羅騰迪克一開始就表明，課程將包含一些出現在 EGA4 的預備知識 [4]，整門課的內容很初等，必備的都只是基本概念。

但很快我就發現自己大學部在 MIT 修了三學期的研究所代數課程，根本不敷格羅騰迪克的課程所需。所以我把課退掉，也沒有參加他的兩門每週討論班——內容是要研討畢卡概形和局部上同調群。我相信格羅騰迪克不出作業，也不考試。不過他在課程結束時，出人意料的收集修課學生的筆記，據此給分數。

格羅騰迪克在每堂課一開始先擦黑板，然後垂直寫上  $X \xrightarrow{f} Y$ 。有一次趁格羅騰迪克還沒到，另一位研究生佛嘉提 (John Fogarty) 故意擦完黑板後，也垂直寫上  $X \xrightarrow{f} Y$ 。格羅騰迪克到了教室之後，注視著黑板，不發一語的把黑板再擦乾淨，然後開始上課，並垂直寫上  $X \xrightarrow{f} Y$ 。

佛嘉提有成為諷刺漫畫家的能力。有一天，他在

休息室的黑板上，畫了一大幅小心描繪細節的漫畫。畫中是格羅騰迪克的側面，他的背後背了一袋箭，望向前面他垂直寫上  $X \xrightarrow{f} Y$  的地方。

佛嘉提嘲諷的是格羅騰迪克最重要的洞見之一——將關於  $X$  的絕對性質推廣成映射  $X \xrightarrow{f} Y$  的相對性質，換得的好處是掌握更佳的理解與更大的彈性。

我在 1962 年秋參加了學生代數幾何討論班，在班上格羅騰迪克的〈東北論文〉名聲很響亮 [2]。格羅騰迪克把層上同調群升級了，他找到夠多的嵌入 (injectives) 來解開 (resolve) 層，並導致使用導來函子 (derived functor) 來理解更高維的上同調群。於是他將柴克上同調群 (以塞爾在 [9] 中定義的形式) 降級為一種計算工具。

後來，格羅騰迪克走得更遠，他甚至推廣了拓樸的定義！此時  $U$  的開覆蓋 (open covering)  $U_i$ ， $i \in I$ ， $U_i \rightarrow U$  並不需要是包含映射，只要是某種恰當類的元素即可（例如平展態射），這個概念是格羅騰迪克對解析空間局部同構的推廣。

1962 年春，亞丁在哈佛討論班開始系統性的發展格羅騰迪克拓樸。雖然我沒有參加，但 1964 年 6 月，我曾在麻州伍茲霍爾 (Woods Hole) 的學生討論班報告過亞丁的講義 [1]。格羅騰迪克和合作者（尤其是亞丁、維杰爾、德利涅）的後續研究，

---

① 原文係 *Notices* 譯自《CNRS 期刊》〈令人印象深刻的格羅騰迪克〉 (Grothendieck était d'un dynamisme impressionnant)：

<https://lejournal.cnrs.fr/billets/grothendieck-etait-dun-dynamisme-impressionnant>

該文又是節錄自 CNRS 數學所線上出版的〈函子魔術師格羅騰迪克〉 (Alexandre Grothendieck, magicien des foncteurs)。

在解決威伊的重要猜想時達到最高峰，一如格羅騰迪克先前在 ICM 的預測一樣 ([3], 104 頁)。

關於格羅騰迪克的創見，我在 1964 年春曼弗德的課程中學到更多 [7]。關於光滑射影複曲面  $F$  上的某良好完備曲線代數系統 (algebraic system of curves)，格羅騰迪克證明其特徵系統的完備性 (completeness of the characteristic system)，曼弗德的課程主要就是討論這項證明。針對這個擁有長久、豐富又多姿多采歷史的定理，這是第一個代數證明。[6]

曼弗德在書中第 viii 頁寫著：「關鍵是系統性的運用冪零 (nilpotent) 元素」去處理高階無窮小形變 (higher-order infinitesimal deformation)。這是格羅騰迪克另一個關鍵洞識。還有另一個，是運用平直性 (flatness) 將代數系統的觀念形式化。而且格羅騰迪克還證明，完備代數系統可以用曲面  $F$  的希爾伯特概形  $H$  的一個分支 (component) 來參數化。也就是說， $H$  透過所有系統到  $H$  的映射將系統分類。

格羅騰迪克證明特徵系統完備性定理其實相當於提供  $H$  上某指定點是否光滑的條件。要證明這個條件，他需要用到畢卡概形  $P$  和映射  $H \rightarrow P$ 。其中很天才的想法是， $P$  能分類線叢族 (classifies families of line bundles) —— 它的點函子 (functor of points)，也就是  $T \rightarrow P$  映射的函子，並不等於  $T \times F$  上線叢這個天真的函子，而是其平展格羅騰迪克拓撲的相關層。

曼弗德送格羅騰迪克一份 [7] 的初稿，格羅騰迪克在 1964 年 8 月 31 日回了一封信說明他的意見 ([8], 693-6 頁)。曼弗德對良好系統的數值刻畫

(numerical characterization)，提醒格羅騰迪克自己所猜想的豐足性數值理論 (numerical theory of ampleness)。尤其是在  $n$  維形上 (就像曲面一樣)，一個除子 (divisor) 如果和所有曲線都是非負相交，那它應該是擬豐足的 (pseudoample)。更一般來說，豐足除子應該會構成曲線數值錐的極錐 (polar cone) 內部。在通信中 ([8], 701 頁)，曼弗德回答說他不知道這個猜想正確與否，即使是 3 維形也不清楚，不過他會問問我。

在很短的時間裡，我證明了格羅騰迪克的第一個猜想。1 月，我又證明第二個。接著我用第二猜想證明薛瓦雷的猜想——如果在一完備光滑解形中，任何有限多點都位於某仿射子集中，則該解形必是射影解形。4 月，曼弗德建議我寫信給格羅騰迪克，格羅騰迪克回信給了意見，針對證明的關鍵——中井 / 莫伊謝宗判準 (Nakai-Moishezon criterion)，他說：「我很期待能有一個簡單的證明。」

於是我寄了一份我第一篇論文的再印本給格羅騰迪克 [5]，其中我已經簡化了中井喜和 (Yoshikazu Nakai) 的證明，並一如莫伊謝宗 (Boris Moishezon) 所宣稱的，我將結果也推廣到非射影  $n$  維形的情況。格羅騰迪克回覆了更多的意見，並在信的附筆中，他寫下自己對這個判準發展史的想法。來信的本文是用打字的，但手寫的附筆顯示他對此深思過，希望能讓所有人獲得適切的評譽。而且不僅只於理應如此，而是由此還能看出概念發展的歷程。

格羅騰迪克的信清晰又完盡，令人印象深刻。信裡提出各種問題，也表示希望能繼續討論。論及概

1973 年到 1979 年，格羅騰迪克就住在維萊坎的這棟房子裡。（Winfried Scharlau 攝）



念的起源時，建議我們要慷慨大方。他的信裡還充滿讚賞和鼓勵。這一切正是數學合作之道！

格羅騰迪克同意在 1966-67 年指導我的 NATO 博士後，然後在 1968 年與 1969 年的夏季，以及 1970 年春，我都曾回到他的研究單位 IHÉS。在 [6]，我討論了這一段數學經驗。

在社交上，格羅騰迪克曾好幾次邀我和別人到他家裡吃晚餐。最後一次是 1970 年春，我還帶了我的妻子碧佛莉。她還記得「因為要面對當世奇才，我為此惴惴不安。然而當我們進入他家，就發現他很顯然是個很特殊的人，既親切又有魅力。沒有一秒一刻讓我感覺，我在數學和法語的不足對他造成任何困擾。他在對話中表現出真摯的樂趣與參與，那種被包容在內的整體氣氛，讓我永銘於心。」

1970 年春正是格羅騰迪克的艱難時刻，因為他在 IHÉS 的時代結束了。外表上看不出他的情緒，但是身旁的人都在談論到底發生何事。此後，我再也沒有見過他，也沒有再接到任何來自他的訊息。除了一件事，在他寄給我的四冊《收割與播種》中，有一張他六（？）歲時的可愛照片，背面寫著：「給史提芬·克萊曼，獻上友好的問候，1985 年 10 月，亞歷山大·格羅騰迪克。」

## 拉迪格耶利（Yves Ladegaillerie）

作者簡介：拉迪格耶利是蒙貝里耶大學的前任教授。

### 1970 年後的格羅騰迪克

#### 維萊坎時期

從 1973 年開始，格羅騰迪克住在維萊坎

（Villecun）。這是一個靠近羅代夫（Lodève）的小村，距離蒙貝里耶大概 60 公里。他的房子老舊又殘破，住起來並不舒適，不過他說這房子有靈氣。我以前經常去那裡做數學，或者單純的拜訪。晚上，他常點上一盞老油燈。他家裡的食物有山羊奶與在地種植的有機食物。格羅騰迪克基本上吃素，吃飯習慣用筷子，這是他從越南帶回來的習慣。

他的房子對所有人開放，學生、生態運動的朋友，還有帶著手鼓的和尚。後來這個和尚還為格羅騰迪克惹來荒謬的法律問題。由於這位和尚的簽證有問題，格羅騰迪克被指控「在非正常情境協助陌生人。」他從來不拒絕這類協助，因為他自己近乎一生沒有國籍，對這類困擾非常能體會。

有一段時間，格羅騰迪克開一輛老雪鐵龍 2CV。因為考了好幾次都拿不到駕照，他剛開始還無照駕駛。他也騎過輕型機踏車。有一次還在彎道迎面撞上汽車，只因為他當時正在翻找背袋中的杏子。結果他一隻腿多處骨折，還堅持用針灸麻醉。一直到有可能需要截肢了，他才不甘不願的服用抗生素。

格羅騰迪克習慣打地鋪睡覺。他告訴我這樣睡很舒服，就像他以前在集中營一樣，曾經有段時間那是他唯一的庇護所。在蒙貝里耶時，他常在我們家的地板上睡睡袋，堅持不睡舒服的床。

#### 在蒙貝里耶教書

身為理學院的教授，格羅騰迪克很容易親近，他



蒙貝里耶位於地中海畔，蒙貝里耶大學是法國最古老的大學之一，圖中是大學知名的植物園一景。（維基）

和其他人做一樣的事情，既勤勞又專注。他會用自己的老打字機上打手稿，很慷慨的分享給大家。

後來，他和我一起負責訓練學生參加十分競爭的Agrégation 會試<sup>①</sup>，我們必須出一些延伸的問題讓學生練習。結果在那一整年裡，格羅騰迪克只出了一個問題，然後從裡面發展出無止境的問題和各種推廣。

格羅騰迪克的上課風格是絕對的明白清楚，他花很多時間解釋基本概念，也會高飛遨翔在數學世界之中。就博士班以及這樣的老師來說，蒙貝里耶的學生程度相較之下實在太差。因為在這以前，格羅騰迪克的學生都是非常優秀的菁英學生，大部分都是「師範人」（normaliens，也就是巴黎高等師範學校的學生）。後來他教書很受挫，開始申請CNRS 不用教書的職位。

### 與 1970 年後的格羅騰迪克做研究

1970 年，身為 22 歲師範人的我，在龐卡赫研究

所拿到博士學位，到蒙貝里耶大學擔任助理教授。1973 年，格羅騰迪克一到蒙貝里耶，便建議我跟他一起研究曲面拓樸，於是我成為他第 12 個也是最後一個學生，撰寫特許論文（Thèse d'Etat）並在 1976 年通過論文考試。格羅騰迪克花了相當多的時間，以足為典範的耐性帶我理解他做數學的方法。我們的關係遠超過科學的範圍，他常常到我家，和我的小孩玩在一起。

就年輕人來說，和格羅騰迪克一起做研究是很驚人的經驗。我永遠忘不了在維萊坎的晚上，我倆伴著老煤油燈做數學的光景。在巴黎我遇過從史瓦茨到卡當，這些當世最聰穎的數學家。但是格羅騰迪克全然不同，宛如來自異世界。他並不是將事物翻譯成另一種語言。而是置身於他有卓越創造貢獻的現代結構式數學語言裡，直接思考與言說。

1980 年代，我在和他的討論班報告過許多瑟斯頓（William Thurston）與泰希繆勒空間（Teichmüller

space) 的研究。格羅騰迪克很感興趣，並且提出關於迦羅瓦群  $\bar{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}$  的猜想理論，這些他曾在〈計畫要覽〉描述過。就在這段時間，我非常驚訝的看到，他第一次畫了這麼多的圖。

1984 年，他拿到 CNRS 的職位之後，我們就不常看到他在蒙貝里耶出現。他 1988 年退休，1990 隱居庇里牛斯山。我們決定尊重他想獨居的願望。

### 格羅騰迪克到底想追求什麼

在蒙貝里耶，有些不厚道的人開玩笑說格羅騰迪克有直通上帝的熱線。但嚴肅點說，我對於他的生存之道已經納悶許久了。他父親的悲劇命運——無政府主義者、與所有法律為敵、失去一隻手臂、為了理想拋棄兒子，加上他自傲又依賴的母親，無疑都深刻影響格羅騰迪克的心靈結構。他的一生尋求律則與形式，對於他所見之物經常以命名為開始，並繫以無窮的關注。他首先在數學的場域裡找到這些物事，帶給他莫大的成功與心靈的安定。但在 1968 年 5 月的法國騷亂危機之後，他的道路轉向生態領域與地球母親，決然踏入抗爭之途。他曾嘗試安頓於社群之中，卻以失敗告終。

1980 年代末到 1990 年代，在格羅騰迪克寫完《收割與播種》之後，他就陷入深刻的精神危機，處於無底重淵的邊緣。從他寫的信，我們很擔心他已經走到最壞的境況。信中說他終於找到可稱之為上帝的東西，他還寫了一本獻給孩子們的書，大意是說上帝就在我們之中，祂是人們夢境的作者。格羅騰迪克所追索的或許基本上是他最深刻的存在，但基於他的個人歷史卻難以象徵化，這導致他瀕臨精神病狀的邊界。

格羅騰迪克在庇里牛斯山的隱居小屋尋求安適，生活過得十分平靜。他於 2014 年 11 月過世，終於安詳的離開。他給予我們許多，除了他的數學天才，他還是一位親切慷慨的人，值得永遠的讚頌與尊敬。（下期待續）

本文參考資料請見〈數理人文資料網頁〉

<http://yaucenter.nctu.edu.tw/periodical.php>

### 本文出處

Notices 63 (2016) No. 3 & 4, AMS.

### 譯者簡介

翁秉仁為台灣大學數學系副教授。

### 延伸閱讀

► *Grothendieck Circle*。上次我們介紹這個網站時，由於格羅騰迪克的反對，許多文章被下架。他過世後，得到格羅騰迪克家人的同意，這個內容豐富的網站又恢復了。

<http://www.grothendieckcircle.org>

► Mumford, David "Can one explain schemes to biologists", December 14, 2014, *David Mumford Archive for Reprints, Notes, Talks, and Blog*。當格羅騰迪克過世，知名科學期刊《自然》邀請本文的兩位作者曼弗德與泰特，為他們執筆介紹格羅騰迪克的關鍵成就，完稿後卻被編輯以太過技術性而拒絕了。曼弗德非常沮喪寫了這篇文章，裡面還有許多有趣的回應。

<http://www.dam.brown.edu/people/mumford/blog/2014/Grothendieck.html>

► Jackson, Allyn "Comme Appelé du Néant—As if summoned from the void: The life of Alexandre Grothendieck." (Oct. & Nov. 2004) *Notices*.

翁秉仁譯，〈宛如來自空無的召喚〉，《數理人文》第 1 期與第 2 期。

<http://yaucenter.nctu.edu.tw/journal/0710/ch11/main.php>

<http://yaucenter.nctu.edu.tw/journal/201406/ch8/main.php>

---

<sup>12</sup> 譯註：Agrégation 是法國高中教師最困難、競爭最激烈的資格考，必須碩士以上才能報考。