

行政院國家科學委員會專題研究計畫報告

應用於 B3G 行動通訊系統之前瞻通道編碼系統研究 (2/2)

TW4G-R : Advanced Channel Coding for B3G Mobile Communication Systems (2/2)

計畫類別： ☒ 個別型計畫 ☐ 整合型計畫

計畫編號： NSC 96-2219-E-009-011-

執行期間： 九十六年八月一日至九十七年七月三十一日

計畫主持人：王忠炫 助理教授 交通大學電信工程學系

共同主持人：吳宗承 助理教授 義守大學通訊工程學系

計畫參與人員：張力仁、翁健家、沈晏麟、蔡維庭

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)：☐精簡報告 ☒完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

☒赴國外出差或研習心得報告一份

☐赴大陸地區出差或研習心得報告一份

☒出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

☐國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

☐涉及專利或其他智慧財產權，☐一年☐二年後可公開查詢

執行單位：國立交通大學電信工程學系

中 華 民 國 97 年 7 月 31 日

中文摘要

關鍵詞：無線多媒體傳輸，時空頻編碼技術，低密度位元檢測碼。

隨著個人化通訊需求的迅速發展及多媒體訊息交流的急遽增加，強化無線接取技術以因應高速、多元及高品質傳輸要求，已成為發展新一代無線通訊系統時所須考量的重要課題。本二年期計畫之主要目標即是以低密度位元檢測碼為主體，結合多重輸入輸出、分集技術，擷取二者優點以設計出橫跨空間、時域、頻域三重維度適合於高速無線多媒體傳輸之高效能通道編碼系統。

在第一年的計畫中，我們已完成應用分集技術於正交分頻多工系統，設計出可從空間、時域、頻域抵抗通道錯誤之新式三維碼。所得新式三維碼不僅可在空間、時域、頻域獲得最佳分集增益以提升系統傳輸品質，同時亦能大幅降低正交分頻多工系統之峰均功率比以簡化收發機之硬體需求。延續第一年之研究成果，第二年之計畫將第一年計畫所得之低峰均功率比時、空、頻三維碼與低密度位元檢測碼結合，建構出可從空間、時域、頻域抵抗通道錯誤之新式低密度位元檢測編碼系統。計畫所得結果對理論研究者與系統工程師將提供相當的助益，同時亦能推廣高效能三維-低密度位元檢測編碼技術於未來蜂巢式行動電話、寬頻無線都會廣域網路、無線區域及個人網路系統之應用。

英文摘要

Keywords : wireless multimedia communications, space-time-frequency coding, low-density parity check codes.

With the fast development of personal communications and the increasing need of multi-media messaging, the major topic for future wireless communications will be to effectively enhance the capability of radio access to provide excellent spectral efficiency and system capacity, so that high data rate transmission and multi-media services can be realized. This 2-year project is to construct a powerful channel coding scheme which integrates two advanced techniques: the space-time-frequency (STF) coding and low density parity-check (LDPC) coding for orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems. In the first year, we have combined the STF coding with OFDM and established the related theoretical fundamentals. The proposed STF codes not only can achieve the maximum diversity gain to optimize the transmission quality but also can mitigate the high peak-to-average power ratio of OFDM signals to avoid the high cost amplifiers in the transmitter and receiver. Continuing the first year's research efforts, in the second year, we focus on integrating the LDPC codes with the proposed STF codes to generate a new class of STF-LDPC codes with high diversity and coding gains which can provide excellent performance against channel errors. The results of this 2-year project are beneficial to both theoreticians and practical engineers and promote more STF-LDPC codes for use in future communication systems and networks.

目錄

第一章 簡介	1
第二章 時空頻三維碼之研究	5
2.1 多重輸入多重輸出-正交分頻多工架構	5
2.1.1 多重輸入多重輸出系統	6
2.1.2 正交分頻多工系統	8
2.2 通道介紹	12
2.3 時空頻三維碼	13
2.3.1 時空頻三維碼之設計準則	13
2.3.2 時空頻三維碼架構	17
2.4 電腦模擬	19
第三章 低峰均功率比時空頻三維碼之研究	22
3.1 峰均功率比	22
3.2 解決高峰均功率比的方法	23
3.2.1 限幅法	23
3.2.2 區塊編碼架構法	24
3.2.3 選擇性映射	25
3.2.4 分部傳送序列	26
3.2.5 正定旋轉	26
3.3 低峰均功率比時空頻三維碼	28
3.3.1 低峰均功率比時空頻三維碼之設計準則	28
3.4 電腦模擬	31
第四章 時空頻三維低密度位元檢測碼之研究	36
4.1 通訊系統架構介紹	36
4.2 低密度位元檢測碼簡介	37
4.2.1 低密度位元檢測碼之解碼	38
4.2.2 低密度位元檢測碼之設計方法	40
4.3 時空頻三維低密度位元檢測碼之設計	42
4.4 電腦模擬	44
第五章 結論	48
參考文獻	49

第一章 簡介

近代行動通訊系統的成功，打破了傳統有線傳輸地域上的先天限制，並為普世社會帶來了莫大的便利。同時，隨著個人化通訊需求的迅速發展及多媒體訊息交流的急遽增加，世人對於新一代通訊系統的建置更是懷抱了無限的期待。相較於現有第二、三代行動通訊系統，新一代無線通訊系統預期將提供更全面性的服務，其中包括高速的資料傳輸、多媒體服務及數據行動通訊。然而在無線傳輸的環境中，除了接收機本身熱雜訊可能引起的訊號失真之外，傳輸通道與生俱來的非理想特性，例如衰褪（Fading）及遮蔽（Shadowing）效應，與多用戶信號間的相互干擾亦常造成通訊品質不良的嚴重後果。面臨此一惡劣的傳輸環境，強化無線接取技術（Wireless Access Technology）以因應高速、多元及高品質傳輸要求，便成為發展新一代無線通訊系統時所須考量的重要課題。

傳統之高速率數據傳輸受限於有限頻寬所造成之符元間干擾（Inter Symbol Interference, ISI），因而易使接收的資料產生解調錯誤。要解決ISI問題，最簡單的方法是增長符元時間進而減少因為有限頻寬所造成之時域擴散效應，但是這樣做便失去高速率傳輸的原本目的；除此之外還有增長符元時間同時提高調變階數（Modulation Order）或利用適應性等化器（Adaptive Equalizer）等方法可以解決ISI問題，但這些方法會衍生其他不易解決的問題，像是容易受到雜訊的干擾而使得錯誤率提高、接收器複雜度太高不易實踐等，所以為了克服高速率數據傳輸之ISI缺點，正交分頻多工（Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM）技術便運應而生。正交分頻多工技術1960年代即已提出[1]-[6]，此技術使用多重載波將傳輸通道切成數個正交的子通道來傳輸信號，並可利用增加載波的數目來提升資料的傳輸率；傳送信號時，會在各封包（Packet）間加入一段具循環字首（Cyclic Prefix）特性的保護時間（Guard Time），這不但可消除信號的符元間干擾，也可使接收端不需使用複雜的等化器。在進行高速資料傳輸時，OFDM還能將原本具頻率選擇性衰褪特性（Frequency- Selective Fading）的通道在每個子通道上轉變成平坦式衰褪（Flat Fading）。雖有OFDM有上述諸多好處，但由於當時硬體及數位處理技術並不發達，正交多載波及相對應濾波器之製作相當昂貴、困難，因此該技術並不受歡迎。直到1971，Weinstein及Ebert提出利用快速反傅立葉轉換（Inverse Fast Fourier Transform）及快速傅立葉轉換（Fast Fourier Transform）進行信號調變及解調取代類比之多載波製作，大幅降低了收發機之設計複雜度，使得此技術得以再受重視；因此，以正交分頻多工為核心的多載波

多重接取技術已成為新一代通訊系統中無線接取技術的最佳選擇。

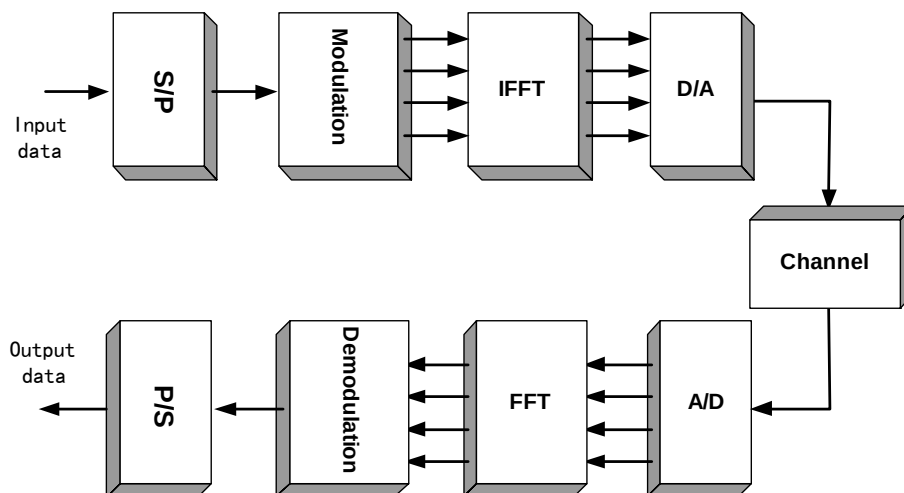


圖1.1 正交分頻多工收發機架構圖

為達成新一代行動通訊系統高速、高資料率及多媒體傳輸之目標，新設計之通道編碼系統本身必須具備強大的錯誤更正能力，方能補償由接收機本身熱雜訊及其他區塊（例如：通道估測，信號同步、解調等部份）所累積之信號誤差，進而最佳化整體系統效能。在文獻[7]-[14]中，低密度位元檢測碼（Low-Density Parity Check Codes, LDPC Codes）搭配疊代式信度傳播解碼法（Iterative Decoding Based On Belief Propagation）已被證明能在可加性白色高斯雜訊（Additive White Gaussian Noise）通道下提供趨近謝農極限（Shannon Limit）的編碼效能。相較於另一類可達謝農極限之渦輪碼（Turbo Codes），低密度位元檢測碼由於具備下列優點，已逐漸取代渦輪碼而被許多新一代通訊系統所採用。

- （一）低密度位元檢測碼不需搭配長度極長之交錯器（Interleaver），其效能即可趨近謝農極限，因此可避免因採用交錯器所衍生之解碼延遲與相關硬體需求。
- （二）低密度位元檢測碼有較佳的區塊錯誤效能（Block Error Performance），因此在多層網路通訊系統中可提供網路層較佳之通訊品質。
- （三）低密度位元檢測碼在位元錯誤率（Bit Error Rate, BER）較低之區域方才顯現錯誤遲滯（Error Floor）之現象，因此可適用於位元錯誤率需求極低之系統（例如：光碟儲存系統）。
- （四）低密度位元檢測碼之解碼不需於其格狀結構進行，因此可大幅減低解碼複雜度。此外，其位元檢測矩陣之低密度特性亦提供可平行處理、低複雜度解碼之可行性。

在無線傳輸環境中，除了接收機本身熱雜訊可能引起訊號干擾，傳輸通道與生俱來的非理想衰褪特性，亦常造成嚴重的訊號失真，傳統上欲解決此一問題，多半是在接收端設置多根接收天線再搭配信號分集的概念進行信號解調。此外，多重輸出輸入（Multiple-Input Multiple-Output, MIMO）系統已被證明能比單一輸入輸出（Single-Input Single-Output, SISO）系統有更高的頻寬效益（Spectrum Efficiency）[15][16]，由於有上述優點所以目前被廣泛地使用。MIMO 技術的觀念最早在 70 年代提出，目前使用 MIMO 觀念的應用技術主要分為空間多工技術（Spatial Multiplexing）[17][18]和分集編碼（Diversity Coding）兩大類，空間多工技術是將一串高傳輸率的資料流分成多個傳輸率較低的資料流，然後每一個資料流各自用不同的傳輸天線傳送，這技術在高訊雜比（Signal-to-Noise Ratio, SNR）的情況下能有很高的通道容量並且可獲得最大的分集增益（Diversity Gain）；分集編碼是利用空間分集的編碼技術，新一代的時空編碼技術（Space-Time Coding）[19]-[24]即是一種分集編碼技術，它結合通道編碼與調變系統並採用多重傳送及接收天線的架構，將傳送及接收分集技術一併應用於無線系統。藉由從空間及時間維度對傳送資料進行適當的通道編碼，時空編碼技術不僅可在不增加信號頻寬及傳輸功率的情況下同時獲得分集增益及編碼增益（Coding Gain），其多重天線架構還能將原本單載波的窄頻無線通道轉換成可供高資料量傳輸之寬頻管道。除了時空編碼技術之外，近期亦有相關研究投入結合空間及頻率分集技術之空頻編碼技術（Space-Frequency Coding）[25]-[30]，空頻編碼技術同時使用了 MIMO 和 OFDM 兩種技術，可以針對空間、頻率及時間維度做設計，得到三個維度上的最佳分集增益，讓系統的效能大幅提升。除上述好處，時空編碼技術還具備下列多項優點，

- （一）對行動通訊系統而言，輕薄短小與低功率耗損為設計手機的主要考量。時空編碼技術利用傳送分集（Transmitter Diversity）的概念，可免除在手機上設置多重天線的需求，同又時能獲得空間分集增益（Spatial Diversity Gain）以改善下傳鏈路（Downlink）的通訊品質。
- （二）在閉迴路（Close Loop）系統中，通常需要建立反向鍊路（Reverse Link）來獲得通道狀態資訊（Channel State Information）以決定傳輸信號。然而反向鍊路的建置不但十分昂貴，其可靠度在快速衰褪通道中又不見得能令人滿意。時空編碼技術採用開迴路（Open Loop）操作模式，不需額外的通道狀態資訊即可運作，因此免除了建立反向鍊路的需求。
- （三）時空編碼技術已被證明對於系統非理想性，例如天線相關性（Antenna Correlation）、通道估計誤差、都卜勒效（Doppler Effect），具有相當程度的抵抗力（Robustness），因此可提升系統實際操作時的可靠度。

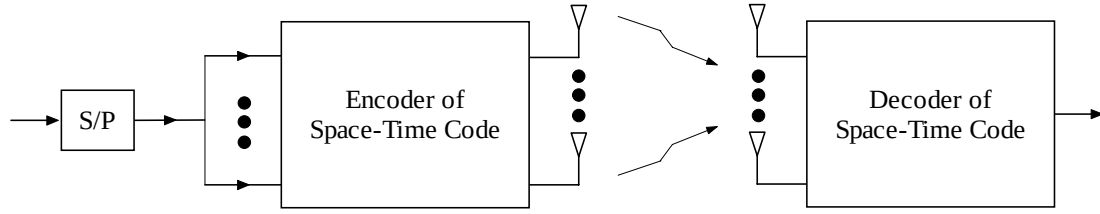


圖 1.2 多天線時空編碼系統

如前文所述，新一代之通道編碼系統除了本身需具備強大的錯誤更正能力之外，亦須能善用各類分集，以克服無線傳輸通道本身之非理想衰退特性。本計畫之主要目標即是以低密度位元檢測碼為主體，結合多重輸出、入分集技術，擷取二者優點以設計出橫跨空間、時域、頻域三重維度適合於高速無線多媒體傳輸之通道編碼系統。第一年計畫中我們是以多重輸入多重輸出-正交分頻多工（MIMO-OFDM）技術為核心系統，針對新一代行動通訊系統進行高效能通道編碼技術之研究。此外，我們研究發現使用電腦搜尋最佳碼的複雜度很高不易實行，所以我們也提出次佳的通道編碼技術，讓搜尋通道碼的複雜度降低，但效能仍近似於最佳碼。雖然多重輸入多重輸出-正交分頻多工系統有很多優點，但承襲了原本正交分頻多工系統上高峰均功率比的缺點，造成功率放大器很容易操作在非線性區域，使放大後的信號失真，讓整體的效能下降，所以在第一年計畫中，也針對高峰均功率比之問題提出改善的方法，文獻中已有許多在 SISO-OFDM 系統下降低峰均功率比的方法[31]-[39]，像是限幅法（Clipping）、區塊碼架構法（Block Coding Scheme）、選擇性映射（Selected Mapping）等方法，這些方法雖可以直接擴展到 MIMO-OFDM 系統下使用，不過複雜度會隨天線數變多而增加，讓系統執行沒有效率；所以，我們的做法是針對多重輸入多重輸出-正交分頻多工系統下的時空頻三維碼，融合降低峰均功率比技術之概念來做編碼的整合設計，使重新設計的時空頻三維碼同時擁有低錯誤率、高傳輸率及低峰均功率比特性，一來系統的複雜度不變，二來執行的速度會較快。

延續第一年計畫所研發之低峰均功率比時、空、頻三維碼，第二年之計畫將其與低密度位元檢測碼結合，建構出可從空間、時域、頻域抵抗通道錯誤之新式低密度位元檢測編碼系統，結合的第一步會先以串接方式做為我們研究改進的基準，接著考慮使用最佳時空頻三維碼的情況下去設計與之搭配可得最佳效能的低密度位元檢測碼，設計的過程是先繪出時空頻三維碼的外部訊息交換圖（Extrinsic Information Transfer Chart, EXIT Chart），然後使用曲線吻合（Curve Fitting）概念來設計低密度位元檢測碼最後我們會將設計的結果以電腦模擬的方式呈現。

第二章 時空頻三維碼之研究

2.1 多重輸入多重輸出-正交分頻多工架構

以往的通訊系統僅使用單根傳送天線、單根接收天線來達成資料傳輸，但現在通訊系統要求的資料傳輸率越來越高，於是就有人想到以增加天線數量之方法，來達到增加資料傳輸率的效果，此方法也已被證明是可行的並格外受到重視；此外，OFDM 技術擁有比單一載波技術更能抵抗多路徑（Multi-path）干擾、載波間干擾及符號間干擾的能力，而且不需要複雜的等化器來實踐，目前也被廣泛使用；結合這兩種被廣為使用之技術的系統，我們通稱為多重輸入多重輸出-正交分頻多工系統，系統架構圖如圖 2.1 所示。

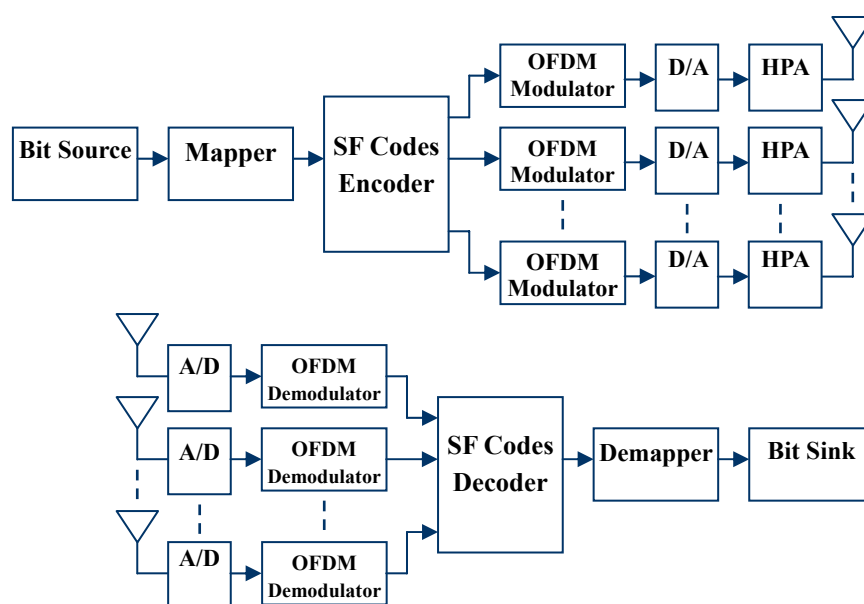


圖 2.1 MIMO-OFDM 系統傳送端和接收端架構圖

圖 2.1 中傳送端 Bit source 區塊產生原始要傳送的位元資料(0 or 1)，Mapper 區塊是將幾個位元轉為一個對應的符元 (Symbol)，SF codes encoder 區塊把符元編碼成碼字後對應到各個天線位置，每個天線上的 OFDM Modulator 區塊會將天線上所屬的碼字編成正交分頻多工符元 (OFDM Symbol)，通過 D/A (Digital to Analog) 區塊將數位信號轉成類比信號，最後傳到 HPA (High Power Amplifier) 將信號的功率放大後利用天線發送；接收端則做和傳送端反向的流程。針對其中的多重輸入多重輸出架構和正交分頻多工架構會在 2.1.1 和 2.1.2 兩節做詳細的介紹說明。

2.1.1 多重輸入多重輸出架構

這裡所討論的為離散時間（Discrete time）下複數信號基頻線性系統，並假設一個點對點的 MIMO 系統有 M_T 個傳送天線和 M_R 個接收天線，此系統的架構圖如圖 2.2 所示。

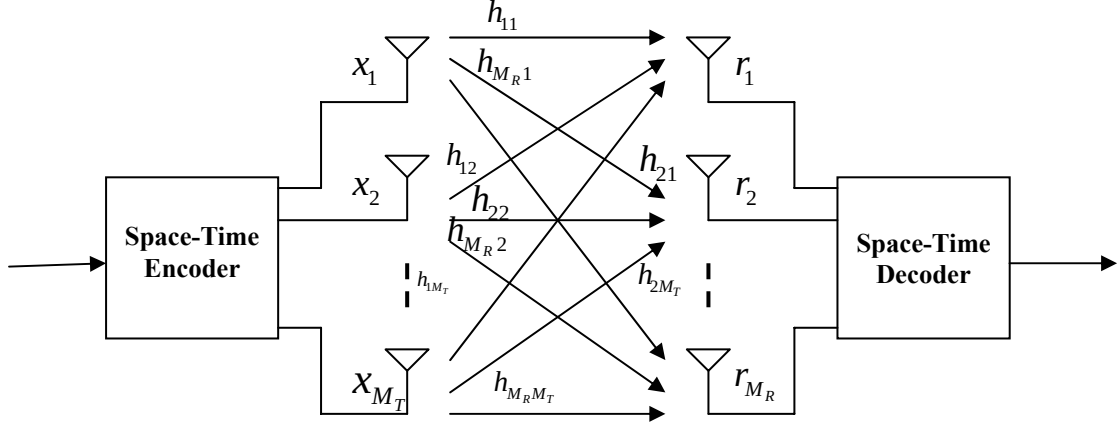


圖 2.2 MIMO 系統架構圖

每個符元時間下所傳送的信號以 $M_T \times 1$ 的行向量 $\mathbf{x}$ 表示，接收的信號以 $M_R \times 1$ 的行向量 $\mathbf{r}$ 表示。假設傳送信號的頻譜夠窄，能使信號所受的通道頻率響應可以視為平坦（Flat），即假設通道不具記憶性，另一假設每根接收天線所收到的總功率都要為所有傳送天線傳送的功率和，因此通道能以 $M_R \times M_T$ 的複數矩陣 $\mathbf{H}$ 來表示，通道矩陣 $\mathbf{H}$ 中的元素 h_{ji} 代表第 i 個傳送天線傳送給第 j 個接收天線的信號所受到的通道衰退係數（Fading coefficient），且其中元素所受到的限制為

$$\sum_{i=1}^{M_T} |h_{ji}|^2 = P, \quad j=1, 2, \dots, M_R, \quad P \text{ 為所有傳送天線傳送之總功率}$$

通道矩陣裡的元素可以決定性的或隨機性的，由於這裡著重在無線通訊裡非視線內（Non-Line-of-Sight, NLOS）的信號傳遞，所以元素都假設為隨機性的雷力分佈（Rayleigh Distribution）；接收端收到的雜訊以 $M_R \times 1$ 的行向量 $\mathbf{n}$ 表示，雜訊向量中的元素都為統計獨立、平均值為 0 的複數高斯變數，實部跟虛部皆為獨立且具相同變異數（Variance） $\sigma^2/2$ 。藉由使用線性模型，接收向量可以表示成

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$$

我們假設傳送端完全不知道通道狀態資訊（Channel State Information, CSI），但接收端完全知道通道狀態資訊之情況下。我們可以將任何的通道矩陣 $\mathbf{H}$ ，以奇異

值分解（Singular Value Decomposition, SVD）理論分解成

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H$$

其中 $\mathbf{D}$ 為 $M_R \times M_T$ 非負的對角矩陣， $\mathbf{D}$ 中的元素為 $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ 矩陣的特徵值開根號， $\mathbf{U}$, $\mathbf{V}$ 分別為 $M_R \times M_R$ 和 $M_T \times M_T$ 的正交矩陣。將分解的 $\mathbf{H}$ 代入接收向量可得

$$\mathbf{r} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H \mathbf{x} + \mathbf{n}$$

因為 $\mathbf{U}$, $\mathbf{V}$ 均為可逆（Invertible），所以式子可以推導成

$$\mathbf{r}' = \mathbf{D}\mathbf{x}' + \mathbf{n}'$$

其中 $\mathbf{r}'$, $\mathbf{x}'$, $\mathbf{n}'$ 為 $\mathbf{r}$, $\mathbf{x}$, $\mathbf{n}$ 的線性轉換 $\mathbf{r}' = \mathbf{U}^H \mathbf{r}$, $\mathbf{x}' = \mathbf{V}^H \mathbf{x}$, $\mathbf{n}' = \mathbf{U}^H \mathbf{n}$ 。

令 δ 為 $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ 矩陣中特徵值非零的個數，也等同於 $\mathbf{H}$ 的秩數（Rank），因此 δ 的最大值不超過 $\min(M_R, M_T)$ ， $\mathbf{D}$ 中的元素就可以以 $\sqrt{\lambda_i}$, $\forall 1 \leq i \leq \delta$ 表示，則我們可以得到接收值為

$$\begin{aligned} r'_i &= \sqrt{\lambda_i} x'_i + n'_i, \quad \forall 1 \leq i \leq \delta \\ r'_i &= n'_i, \quad \forall \delta + 1 \leq i \leq M_R \end{aligned}$$

由式子可看到 r'_i , $\forall \delta + 1 \leq i \leq M_R$ 不受傳送信號影響，代表通道的增益為零，另一方面， r'_i , $\forall 1 \leq i \leq \delta$ 都只受傳送信號 x'_i 影響，因此我們可以將等效 MIMO 通道看成是 δ 個不耦合（Uncoupled）的平行子通道所組成；如果在 $M_T > M_R$ 的情況下， $\mathbf{H}$ 的秩數最大為 M_R ，由前面式子可知等效 MIMO 通道最多只能有 M_R 不為零的子通道增益，圖 2.3 為此說明的示意圖。

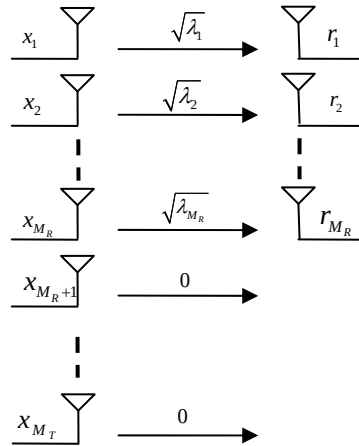


圖 2.3 在 $M_T > M_R$ 下等效 MIMO 通道示意圖

有了等效 MIMO 通道，就可以直接將各個不耦合的子通道容量相加，得到 MIMO 系統的通道容量。假設等效 MIMO 通道中每一根傳輸天線的傳輸功率為 P/M_T ，則我們可以利用薛農通道容量方程式（Shannon Capacity formula）來估算整個 MIMO 系統的通道容量 C 為

$$C = W \sum_{i=1}^{\delta} \log_2 \left(1 + \frac{P_{ri}}{\sigma^2} \right)$$

W ：每一子通道的頻寬， P_{ri} ：第 i 個子通道所收到的信號功率，數學式為

$$P_{ri} = \frac{\lambda_i P}{M_T}$$

其中 $\sqrt{\lambda_i}$ 為通道矩陣 $\mathbf{H}$ 的奇異值，將 P_{ri} 代入通道容量 C 式中，可得

$$\begin{aligned} C &= W \sum_{i=1}^{\delta} \log_2 \left(1 + \frac{\lambda_i P}{M_T \sigma^2} \right) \\ &= W \log_2 \prod_{i=1}^{\delta} \left(1 + \frac{\lambda_i P}{M_T \sigma^2} \right) \end{aligned}$$

整理推導後，通道容量 C 的式子最後可改寫成

$$C = W \log_2 \det \left(\mathbf{I}_m + \frac{P}{M_T \sigma^2} \mathbf{Q} \right)$$

其中 $m = \min(M_R, M_T)$ ， $\det(\cdot)$ 為取行列式值符號， $\mathbf{Q}$ 為 Wishart 矩陣，定義如下：

$$\mathbf{Q} = \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^H, & M_R < M_T \\ \mathbf{H}^H \mathbf{H}, & M_R > M_T \end{cases}$$

由 MIMO 的通道容量數學式可以看到比單一天線的通道容量增加，因此 MIMO 技術確實可以增加資料傳輸率。

2.1.2 正交分頻多工架構

OFDM 系統和傳統分頻多工（Frequency Division Multiplexing, FDM）雖然都是使用多載波傳遞訊號，但是 OFDM 系統的每個子載波（Subcarrier）之間具有正交性（Orthogonality），因此子載波之間不會互相干擾，頻譜可以重疊；然

而傳統分頻多工系統子載波間頻譜並沒有重疊，所以 OFDM 系統比傳統分頻多工系統具有較好的頻寬效益 (Bandwidth Efficiency)，兩種系統頻譜比較如圖 2.4 所示。

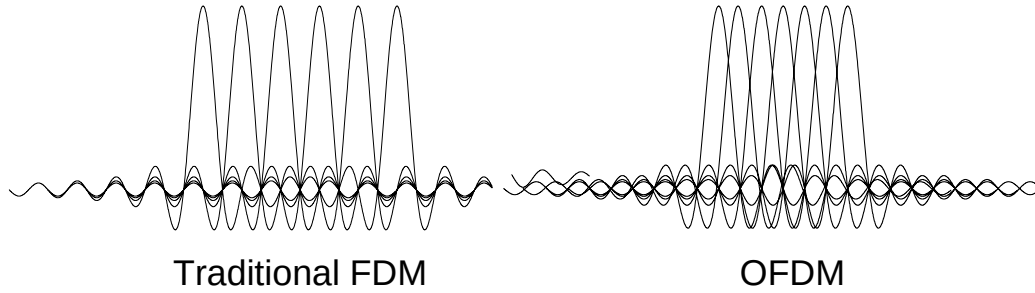


圖 2.4 (a) 傳統 FDM 頻譜 (b) OFDM 的頻譜

OFDM 信號是由調變後的子載波疊加構成，調變的符元會使用相移鍵控 (Phase-Shift Keying, PSK) 或正交振幅調變 (Quadrature-Amplitude Modulation, QAM)，所有子載波的符元構成一個 OFDM 區塊 (OFDM Block)，OFDM 時域信號的基頻數學表示式為

$$s(t) = \sum_{k=0}^{Q-1} d_k e^{j2\pi f_k t}, \forall 0 \leq t < T, f_k = k/T$$

其中 d_k ：調變的複數符元， N ：子載波的各數， T ：OFDM 符元區間，圖 2.5 為 OFDM 傳送端調變器示意圖。

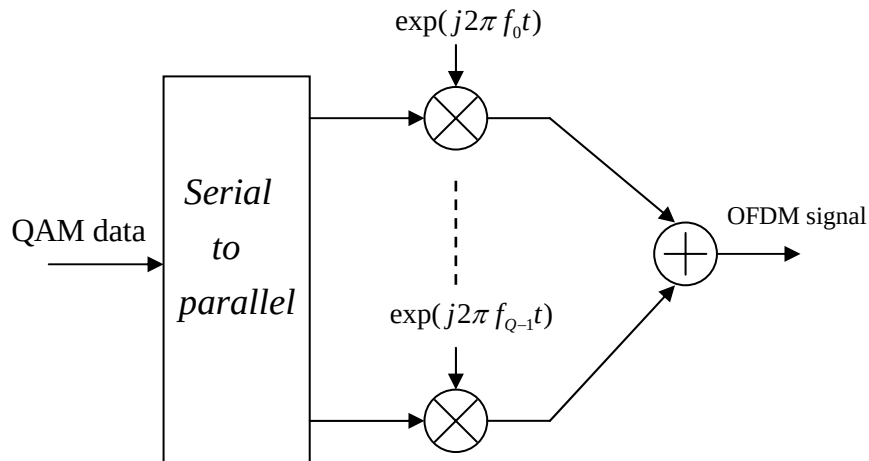


圖 2.5 OFDM 系統傳送端調變器示意圖

上述為基本的連續時間正交多載波調變系統，需要多組的震盪器傳送 OFDM 信號，但要同時設計多組的震盪器複雜度太高。因此，實際上的 OFDM 系統採用離散時間的快速反傅立葉轉換方式來實現之，如下式所示。

$$T_s = T/N_s$$

$$D_\rho = s(t)\Big|_{t=\rho T_s} = \sum_{k=0}^{Q-1} d_k e^{j2\pi \frac{k}{N_s} \rho}, \forall 0 \leq \rho < Q$$

其中 T_s 表示取樣時間， D_ρ 代表時域信號被取樣的離散點。因此，OFDM 系統可以用快速反傅立葉轉換之方式實現，OFDM 的離散信號為時域波形取樣點，為了以數位方式作快速反傅立葉，就必須對類比信號取樣，而且取樣信號必須滿足取樣定理（Sampling Theorem），即取樣頻率必須大於等於兩倍信號頻寬，也就是說， $1/T_s$ 必須大於等於兩倍信號頻寬。

OFDM 技術是一個很有效解決多重路徑延遲擴散的方法，多重路徑延遲擴散會造成符元之間的互相干擾，讓系統效能變低；OFDM 技術為了消除多重路徑延遲擴散的效應，會在每一個 OFDM 符元前加上一段保護時間，保護時間的長度至少要大過最大的多重路徑延遲擴散預期時間，才能避免多重路徑延遲擴散造成下一個符元受到上一個符元干擾，如圖 2.6 所示。

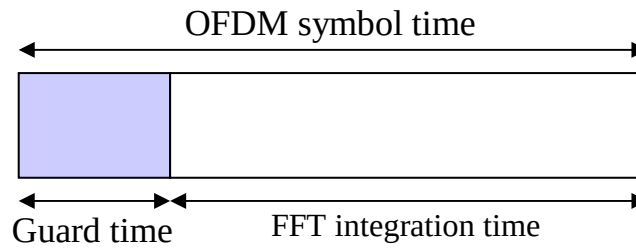


圖 2.6 OFDM 之保護時間示意圖

但是，若在保護時間內不送信號，則會造成載波間互相干擾（Inter-carrier Interference, ICI），讓載波間不再具有正交性，如圖 2.7 所示。

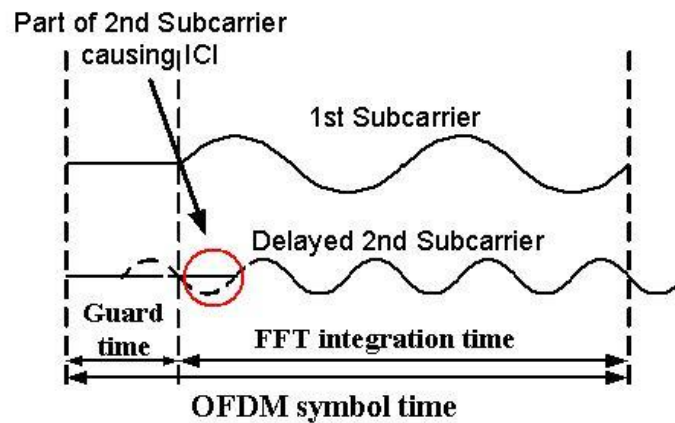


圖 2.7 保護時間內不傳送信號造成 ICI 之示意圖

當正交性一但沒有維持，接收端就無法正確地將 OFDM 符元解調變，所以為了維持正交性，我們會在保護時間內傳送 OFDM 符元之循環字首，如圖 2.8 所示。

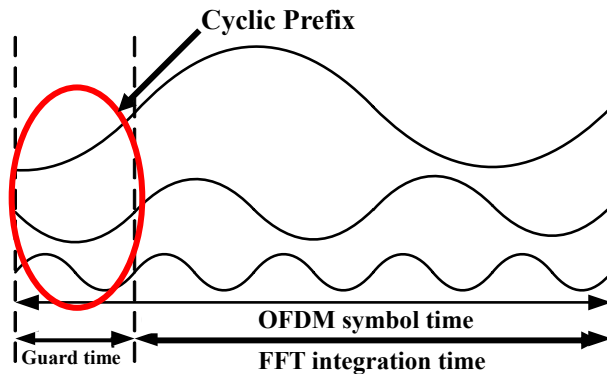


圖 2.8 OFDM 保護區間之循環字首示意圖

只要傳輸延遲擴散小於保護時間，則在一個完整 FFT 積分時間中總是有整數倍週期的弦波，如此仍然可維持載波之間的正交性而不會有 ICI 現象發生，下面以圖 2.9 為例子說明。

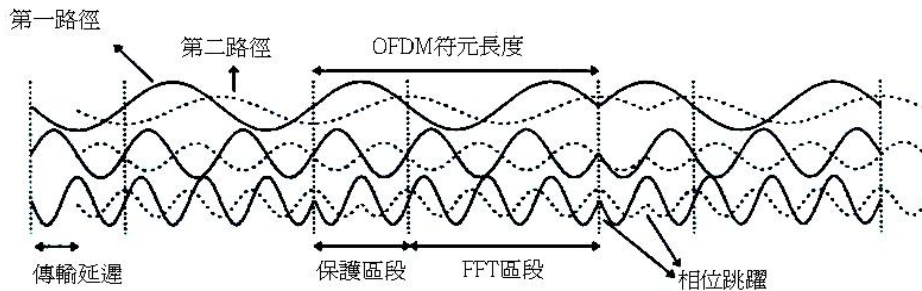


圖 2.9 傳輸延遲伸展小於保護時間之實例

圖 2.9 為兩個路徑的傳輸，實線部份代表第一路徑，虛線部分代表第二路徑，也就是實線 OFDM 信號的延遲。可以看到，雖然有延遲發生，但只要延遲時間小於保護時間，在 FFT 積分時間內就仍會是正交的信號；另外，若在 OFDM 符元邊界處有相位跳躍產生，對於虛線信號而言，其相位跳躍發生在第一個路徑之後的某一特定延遲，當此延遲小於保護時間，則在完整的 FFT 積分時間中不會有相位跳躍，因此雖然 OFDM 信號有相位的變化，因為有循環字首之保護時間存在，使得載波之間仍然維持正交性。若是最大傳輸延遲大於保護時間，則在 FFT 積分時間內會有相位跳躍，使得載波之間失去正交性，ICI 便會出現。由此可知，OFDM 系統之保護時間具備循環字首，對於載波正交性是非常重要的。至於在接收端也必須考慮到維持載波正交性這一特性，因此要進行和 OFDM 符元同步的動作，若能完美同步，則在 FFT 積分時間內載波就會維持正交性，若

有同步誤差，只要 FFT 積分時間內載波仍能維持正交性，依然可以解調，只是會造成相位偏轉（Phase Rotation），但可利用通道估測的方式加以補償。

2.2 通道環境

我們所考慮的為 MIMO-OFDM 系統，假設有 M_T 根傳輸天線、 M_R 根接收天線以及每一根天線上的 OFDM 調變均使用 Q 個子載波，信號所經過的通道為平坦衰退通道（Flat-Fading Channel）和頻率選擇性衰退通道（Frequency-Selective Channel），通道中有 L 個延遲路徑；則我們可以將通道中第 i 根傳遞天線傳送到第 j 根接收天線的信號所受脈波響應 $h_{j,i}(\tau)$ 及所對應的頻率響應 $H_{j,i}[k]$ 寫成

$$T = QT_s, \quad T_s = \frac{1}{W} = \frac{1}{Q\Delta f}$$

$$h_{j,i}(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{j,i}[l] \delta(\tau - \tau_l) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{j,i}[l] \delta(\tau - n_l T_s)$$

$$H_{j,i}[k] \triangleq H_{j,i}(k\Delta f) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{j,i}[l] e^{-j2\pi k n_l / Q}, \quad h_{j,i}[l] \sim i.i.d. \text{ } CN(0, \frac{1}{L})$$

其中 T 為一個 OFDM 符元的傳輸時間， T_s 為取樣時間， Δf 為每個子載波的頻譜間隔， τ_l 為第 l 個路徑的延遲時間， n_l 為整數， $j = \sqrt{-1}$ 。

如果只考慮一個 OFDM 符元時間，則我們可以把通道完整地用脈波響應矩陣和其頻率響應矩陣表示成

$$\mathbf{H}_l = \begin{bmatrix} h_{0,0}[l] & h_{0,1}[l] & \cdots & h_{0,M_T-1}[l] \\ h_{1,0}[l] & h_{1,1}[l] & \cdots & h_{1,M_T-1}[l] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_R-1,0}[l] & h_{M_R-1,1}[l] & \cdots & h_{M_R-1,M_T-1}[l] \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}[k] = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}_l \bullet e^{-j2\pi k n_l / Q} = \begin{bmatrix} H_{0,0}[k] & H_{0,1}[k] & \cdots & H_{0,M_T-1}[k] \\ H_{1,0}[k] & H_{1,1}[k] & \cdots & H_{1,M_T-1}[k] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{M_R-1,0}[k] & H_{M_R-1,1}[k] & \cdots & H_{M_R-1,M_T-1}[k] \end{bmatrix}$$

為了後面推導方便，先將 $H_{j,i}[k]$ 再做整理，

$$H_{j,i}[k] = \sum_{l=0}^L h_{j,i}[l] e^{-j2\pi k n_l / Q} = \mathbf{h}_{j,i}^H \mathbf{w}_f(k)$$

其中 $\mathbf{h}_{j,i} \triangleq [h_{j,i}[1], \dots, h_{j,i}[L]]^H$ 以及 $\mathbf{w}_f(k) \triangleq [e^{-j2\pi k n_1 / Q}, \dots, e^{-j2\pi k n_L / Q}]^T$ 。

2.3 時空頻三維碼

MIMO-OFDM 系統最大的好處就是可以使用空間和頻率的分集，至於如何去設計編碼架構，讓傳輸過程中使用到最佳的分集效果，是一個值得研究的課題；一般我們將能夠利用到空間、頻率及時間分集的碼稱為時空頻三維碼。

2.3.1 時空頻三維碼之設計準則

信號經過匹配濾波器 (Matched filtering)、取樣以及 OFDM 解調，可以得到離散時間的接收信號，其數學式為：

$$\mathbf{r}[k] = \mathbf{H}[k]\mathbf{x}[k] + \mathbf{z}[k], \quad \forall 0 \leq k < Q$$

其中 $\mathbf{r}[k] \in C^{M_R}$ 為第 k 個子載波下所接收到的信號， $\mathbf{x}[k] \in C^{M_T}$ 為第 k 個子載波下所傳送的碼字， $\mathbf{H}[k] \in C^{M_R \times M_T}$ 為第 k 個子載波下的複數通道矩陣， $\mathbf{z}[k] \in C^{M_R}$ 為第 k 個子載波下所接收到的雜訊，為平均值為 0、變異數為 1 的複數高斯隨機變數。

若在接收端有完美的通道狀態資訊，則可用最大概似 (Maximum Likelihood, ML) 決定法則所判斷的傳送信號，數學式可寫成

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{k=0}^{Q-1} \left| r_j[k] - \sum_{i=1}^{M_T} H_{j,i}[k] x_i[k] \right|^2$$

假設每一傳送天線傳送的功率均相同，並利用 Chernoff bound 分析，傳送 $\mathbf{x}$ 碼字判斷成 $\bar{\mathbf{x}}$ 碼字的分對錯誤率 (Pair-wise Error Probability, PEP) 上限可以寫成：

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) \leq \frac{1}{2} \exp \left(- \frac{d^2(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}) E_s}{4N_0} \right)$$

針對 $d^2(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})$ 項進一步地分析，

$$\begin{aligned}
d^2(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}) &= \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{k=0}^{Q-1} \left| \sum_{i=1}^{M_T} H_{j,i}[k] (x_i[k] - \bar{x}_i[k]) \right|^2 \\
&= \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{k=0}^{Q-1} \left| \sum_{i=1}^{M_T} \mathbf{h}_{j,i}^H \mathbf{w}_f(k) e_i[k] \right|^2 \\
&= \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{k=0}^{Q-1} [\mathbf{h}_{j,1}^H \dots \mathbf{h}_{j,M_T}^H]_{1 \times (LM_T)} [\mathbf{W}_f(k) \mathbf{e}[k] \cdot \\
&\quad \mathbf{e}^H[k] \mathbf{W}_f^H(k)]_{(LM_T) \times (LM_T)} [\mathbf{h}_{j,1}^H \dots \mathbf{h}_{j,M_T}^H]_{(LM_T) \times 1} \\
&= \sum_{j=1}^{M_R} \bar{\mathbf{h}}_j^H \mathbf{D} \bar{\mathbf{h}}_j
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
e_i[k] &\triangleq x_i[k] - \bar{x}_i[k] \\
\mathbf{e}[k] &\triangleq [e_1[k] \dots e_{M_T}[k]]_{M_T \times 1}^T \\
\mathbf{W}_f(k) &\triangleq \text{diag}\{\mathbf{w}_f(k) \dots \mathbf{w}_f(k)\}_{(LM_T) \times M_T} \\
\mathbf{D} &\triangleq \left[\sum_{k=0}^{Q-1} \mathbf{W}_f(k) \mathbf{e}[k] \mathbf{e}^H[k] \mathbf{W}_f^H(k) \right]_{(LM_T) \times (LM_T)} \\
\bar{\mathbf{h}}_j &\triangleq [\mathbf{h}_{j,1}^H \dots \mathbf{h}_{j,M_T}^H]_{(LM_T) \times 1}^H
\end{aligned}$$

令 δ 為 $\mathbf{e}[k] \mathbf{e}^H[k]$ 項不為零的次數， r 定義為 $\mathbf{D}$ 的秩數，可以明顯地知道

$$r \leq \min(\delta, LM_T)$$

藉由奇異值分解，可以將 $\mathbf{D}$ 矩陣分解成

$$\mathbf{D} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^H$$

其中 $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_2 \dots \mathbf{u}_{LM_T}]$ 為一正交矩陣， $\mathbf{\Lambda} \triangleq \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_r, 0, \dots, 0\}$ 為一對角矩陣， $\{\lambda_j\}_{j=1}^r$ 為 $\mathbf{D}$ 矩陣的特徵值。接著，將 $d^2(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})$ 項分析和 $\mathbf{D}$ 矩陣分解的結果代入分對錯誤率數學式可得

$$\begin{aligned}
P(\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) &\leq \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{E_s}{4N_0} \sum_{j=1}^{M_R} \bar{\mathbf{h}}_j^H \mathbf{D} \bar{\mathbf{h}}_j \right) \\
&= \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{E_s}{4N_0} \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{m=1}^r \lambda_m \bar{\mathbf{h}}_j^H \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^H \bar{\mathbf{h}}_j \right) \\
&= \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{E_s}{4N_0} \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{m=1}^r \lambda_m |\beta_{j,m}|^2 \right)
\end{aligned} \tag{2.a}$$

$$\text{where } \beta_{j,m} = \bar{\mathbf{h}}_j^H \mathbf{u}_m$$

為了要消去數學式中的通道條件得到錯誤率，我們將所有通道資訊以積分的方式消除，如此一來，最後所得到的錯誤率可為

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}}) \leq \left(\prod_{m=1}^r \left(\frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} \lambda_m} \right) \right)^{M_R}$$

若在訊雜比很大的情況下，數學式可再化簡成

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}}) \leq \left(\prod_{m=1}^r \lambda_m \right)^{-M_R} \left(\frac{E_s}{4N_0} \right)^{-rM_R} \quad (2.b)$$

由錯誤率的數學式 (2.b)，可觀察到決定錯誤率的參數為 **D** 矩陣的秩數及 **D** 矩陣特徵值的連乘項，所以我們可以得到兩個設計編碼架構的準則，一個為秩準則 (Rank Criterion)，設計的目標是讓 **D** 矩陣的秩數越大越好；另一個為行列式準則 (Determinant Criterion)，會有這名稱的原因是因為 **D** 矩陣在滿秩的情況下，特徵值的連乘項就為 **D** 矩陣的行列式值，同樣地，也是設計 **D** 矩陣使其行列式值越大越好，設計的碼錯誤率才會低。

雖然上述的設計準則可以得到最佳碼 (Optimal codes)，但使用這設計準則做搜尋最佳碼的動作時，會發現複雜度非常的高，所以我們提出另一設計準則，雖然設計出的碼只是次佳碼 (Suboptimal codes)，但是搜尋的複雜度大大降低許多，並且在模擬上，觀察到次佳碼的效能也很好；以下就是我們所推導的次佳碼設計準則。

先觀察錯誤率數學式 (2.a)，

$$\begin{aligned} \text{令 } d &= \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{m=1}^r \lambda_m |\beta_{j,m}|^2 \\ P(\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) &\leq \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{E_s}{4N_0} \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{m=1}^r \lambda_m |\beta_{j,m}|^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{E_s}{4N_0} d \right) \end{aligned} \quad (2.a)$$

假設 $r \cdot M_R$ 得值足夠大，使 d 近似成高斯隨機變數 (Gaussian Random Variable)，則我們可推得其平均值 (Mean) μ_d 為

$$\mu_d = \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{m=1}^r \lambda_m E \left[\left| \beta_{j,m} \right|^2 \right] = \frac{M_R}{L} \sum_{m=1}^r \lambda_m \triangleq \frac{M_R}{L} a_1$$

和變異數（Variance） σ_d^2 為

$$\sigma_d^2 = \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{m=1}^r \lambda_m^2 \text{Var} \left[\left| \beta_{j,m} \right|^2 \right] = \frac{M_R}{L^2} \sum_{m=1}^r \lambda_m^2 \triangleq \frac{M_R}{L^2} a_2$$

利用方程式

$$\int_{d=0}^{\infty} e^{-Ad} p(d) d(d) = e^{\frac{1}{2} A^2 \sigma_d^2 - A \mu_d} Q \left(\frac{A \sigma_d^2 - \mu_d}{\sigma_d} \right)$$

可將錯誤率數學式（2.a）進一步推導成

$$P(x \rightarrow \bar{x}) \leq \frac{1}{2} \exp \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{E_s}{4N_0} \right)^2 \frac{M_R}{L^2} a_2 - \left(\frac{E_s}{4N_0} \right) \frac{M_R}{L} a_1 \right\} \times \\ Q \left(\left(\frac{E_s}{4N_0} \right) \sqrt{\frac{M_R}{L^2} a_2} - \frac{\frac{M_R}{L} a_1}{\sqrt{\frac{M_R}{L^2} a_2}} \right)$$

在高訊雜比情況下，

$$\left(\frac{E_s}{4N_0} \right) \sqrt{\frac{M_R}{L^2} a_2} - \frac{\frac{M_R}{L} a_1}{\sqrt{\frac{M_R}{L^2} a_2}} \geq 0 \Rightarrow \frac{E_s}{4N_0} \geq \frac{a_1}{a_2} L$$

同時使用不等式 $Q(x) \leq \frac{1}{2} e^{-\frac{x^2}{2}}, x \geq 0$ ，可得

$$P(x \rightarrow \bar{x}) \leq \frac{1}{4} \exp \left\{ -\frac{E_s}{8N_0} \frac{M_R}{L} a_1 \right\} \\ = \frac{1}{4} \exp \left\{ -\frac{E_s}{8N_0} \frac{M_R}{L} \sum_{m=1}^r \lambda_m \right\}$$

利用矩陣的跡數（Trace）特性，分析 $\sum_{m=1}^r \lambda_m$ 可得

$$\begin{aligned}
\sum_{m=1}^r \lambda_m &= \text{tr}\{\mathbf{D}\} \\
&= \text{tr}\left\{\sum_{k=0}^{Q-1} \mathbf{W}_f(k) \mathbf{e}[k] \mathbf{e}^H[k] \mathbf{W}_f^H(k)\right\} \\
&= \sum_{k=0}^{Q-1} \text{tr}\left\{\mathbf{W}_f(k) \mathbf{e}[k] \mathbf{e}^H[k] \mathbf{W}_f^H(k)\right\} \\
&= \sum_{k=0}^{Q-1} \text{tr}\left\{\mathbf{e}[k] \mathbf{e}^H[k]\right\} \cdot \text{tr}\left\{\mathbf{w}_f(k) \mathbf{w}_f^H(k)\right\} \\
&= \sum_{k=0}^{Q-1} L |\mathbf{e}[k]|^2
\end{aligned}$$

所以，最後可以推得錯誤率上限的數學式為

$$P(x \rightarrow \bar{x}) \leq \frac{1}{4} \exp \left\{ -\frac{E_s}{8N_0} M_R \sum_{k=0}^{Q-1} |\mathbf{e}[k]|^2 \right\} \quad (2.c)$$

由數學式 (2.c) 可以分析得到，影響錯誤率的參數為矩陣 $\mathbf{D}$ 的秩數和所有碼字中任兩碼字的最小歐式幾何距離 (Euclidean Distance)，秩數越大可以使我們的假設更正確，而最小歐式幾何距離可以確定錯誤率上限；所以，我們的設計準則從原本的秩準則和行列式準則改為秩準則和距離準則 (Distance Criterion)，意即我們設計的碼要使得 $\mathbf{D}$ 矩陣秩數最大和任兩碼字的最小歐式幾何距離越大越好。

2.3.2 時空頻三維碼架構

時空頻三維碼可分為時空頻區塊碼 (Space-Time-Frequency Block Codes) 和時空頻籬柵碼 (Space-Time-Frequency Trellis Codes)，因為區塊碼的解碼方式複雜度太高，而時空頻籬柵碼可以搭配斐特比演算法 (Viterbi Algorithm) 大幅降低解碼複雜度。所以我們使用時空頻籬柵碼來做我們的編碼與解碼的架構，其編碼架構如圖 2.10 所示。

圖 2.10 架構圖中，假設使用 M-PSK 調變 (Modulation)， M_T 根傳輸天線， $\mathbf{C}$ 為輸入的資訊，分成 m 群， $m = \log_2 M$ ， $g_{j,i}^k$ 為 M-PSK 星座圖上的元素， $\forall 1 \leq k \leq m, \forall 1 \leq j \leq \nu_k, \forall 1 \leq i \leq M_T$ ， ν_k 為第 k 個移位暫存器 (Shift Register) 的記憶體 (Memory) 個數， $x_i[k]$ 為編好的符元， $\forall 1 \leq i \leq M_T, \forall 0 \leq k < Q$ 。所有的 g 組成生程序列 (Generator Sequences)，也就是我們依設計準則所求得的部分；每一次輸入 m 個資訊位元 (Information Bits)，就會得到某個頻率下第一根到第 M_T 根天線的符元，假如一個 OFDM 的子載波個數為 128，那我們就要輸

入 128 次資料位元，依序計算得到 128 個子載波頻率上的符元，每個天線上的 128 個符元分別輸入 OFDM 調變區塊後，即可得到 M_T 個 OFDM 符元。

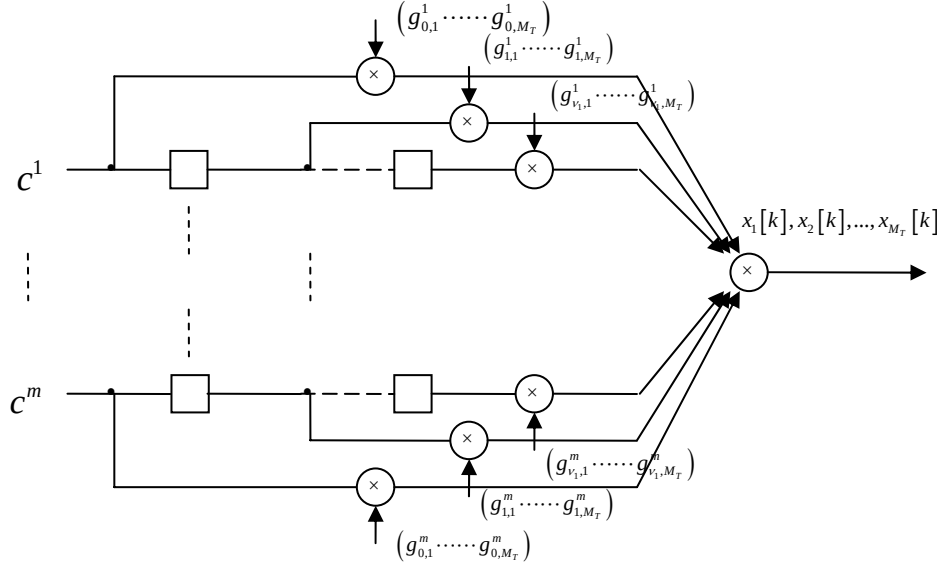


圖 2.10 時空頻三維碼編碼架構圖

至於解碼的部分，我們假設接收端有完美的通道狀態資訊，使用最大概似 (Maximum Likelihood, ML) 決定法則所判斷的傳送信號，則判斷的數學式可寫成

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{k=0}^{Q-1} \left| r_j[k] - \sum_{i=1}^{M_T} H_{j,i}[k] x_i[k] \right|^2$$

由數學式我們可以觀察到，在找最可能的碼字 $\hat{\mathbf{x}}$ 過程中，可以先計算式子

$$\sum_{j=1}^{M_R} \left| r_j[k] - \sum_{i=1}^{M_T} H_{j,i}[k] x_i[k] \right|^2 \quad (2.d)$$

然後再把所有子載波上的部分計算結果相加起來，這樣的更動雖然計算量不會改變，但是可以引入斐特比演算法，輕易地實行高效能之軟式解碼。因為我們的編碼結構使用籬柵碼，可以將所有的碼字在籬柵圖 (Trellis Diagram) 上表示出來，每個狀態間為碼字位元 (Codeword bits)，引入斐特比演算法就可以在每個狀態間計算數學式 (2.d)，然後在每個狀態上累計之前計算好的數學式 (2.d)，走完一個籬柵圖就可以計算出最可能的碼字 $\hat{\mathbf{x}}$ 。

2.4 電腦模擬

我們用數學式 (2.c) 作為我們的設計準則，並用電腦搜尋找到符合設計準則的碼，最後利用程式模擬驗證搜尋之碼的錯誤率效能。模擬環境的設定為 $M_T = 2$, $M_R = 3$ ，子載波個數 $Q = 128$ ，一個 OFDM 符元的頻寬為 800 kHz，傳輸時間為 $T = 160\mu s$ ， $\Delta f = 6.25\text{ kHz}$ ，在每個 OFDM 符元前加入 $40\mu s$ 的循環字首，我們將設計的碼與其他碼比較，並模擬延遲路徑數和延遲時間之參數的效能比較。

圖 2.11-2.13 為將我們設計的碼與其他碼比較圖，可以發現當接收天線越多時，即處於高分集情況時，我們提出的碼會比其他人所設計的碼有更好的效能，並且當分集越大，我們的效能變好的幅度會比其他的碼快。

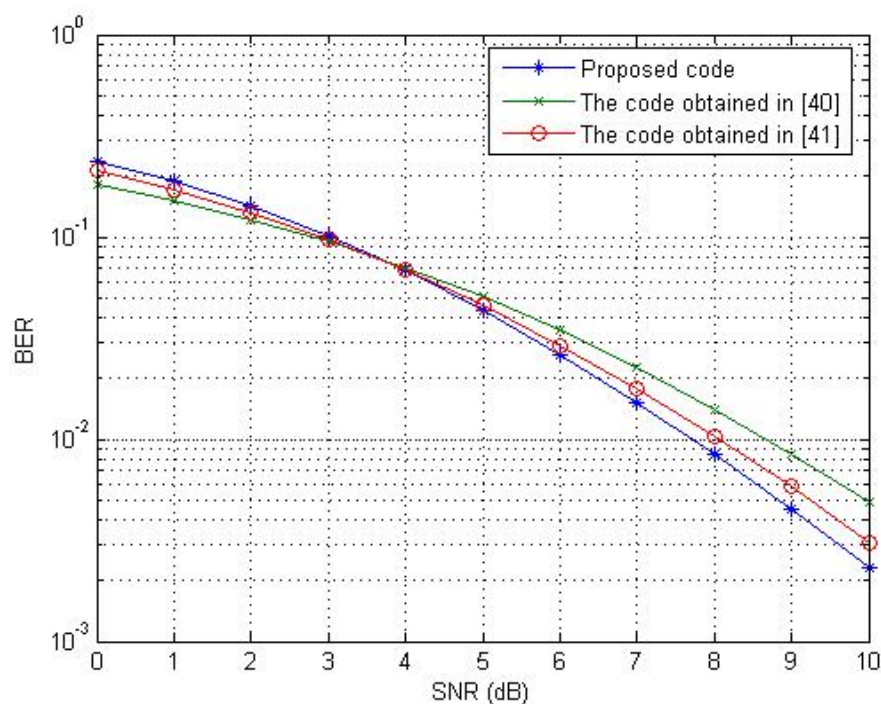


圖 2.11 接收天線數為 2，所設計之空頻碼與文獻所提出之碼的效能比較圖

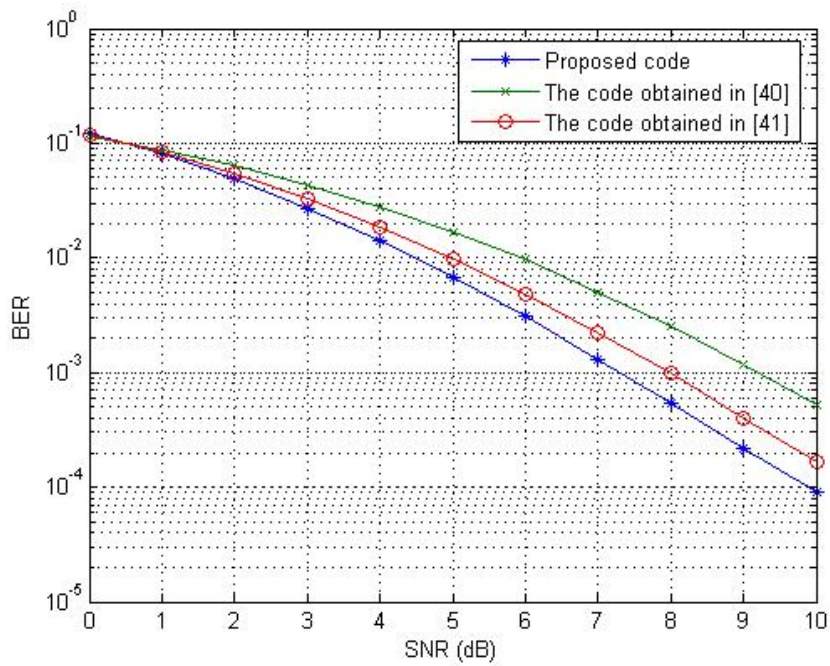


圖 2.12 接收天線數為 3, 所設計之空頻碼與文獻所提出之碼的效能比較圖

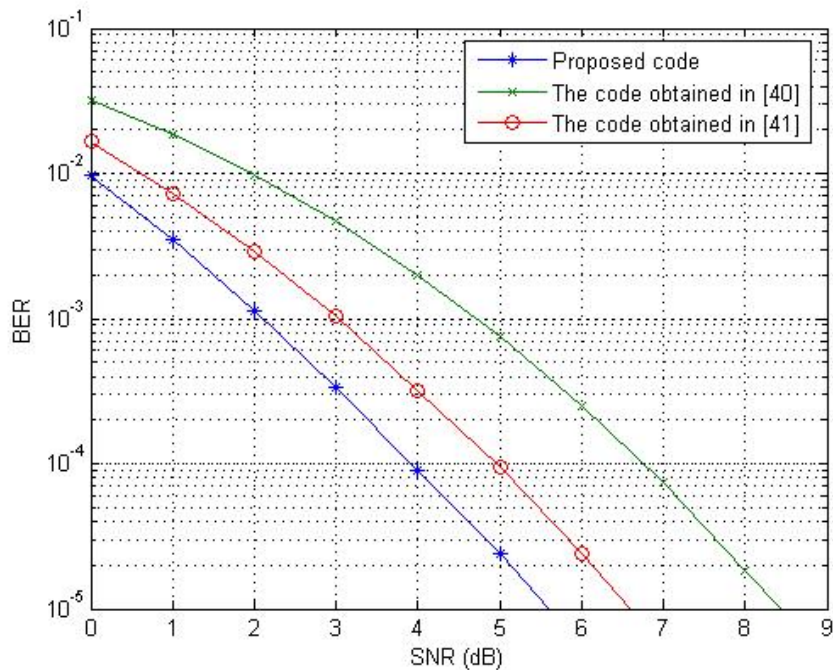


圖 2.13 接收天線數為 6, 所設計之空頻碼與文獻所提出之碼的效能比較圖

我們所設計的系統有使用頻率分集，所以當延遲路徑變多時，分集的效果越明顯，錯誤率就會降低。理論的推導也與模擬相符合，圖 2.14 中延遲路徑數為 6 的效能在錯誤率 10^{-4} 時比延遲路徑數為 2 好了將近 1.5dB，比延遲路徑數為 4 好了將近 1 dB。

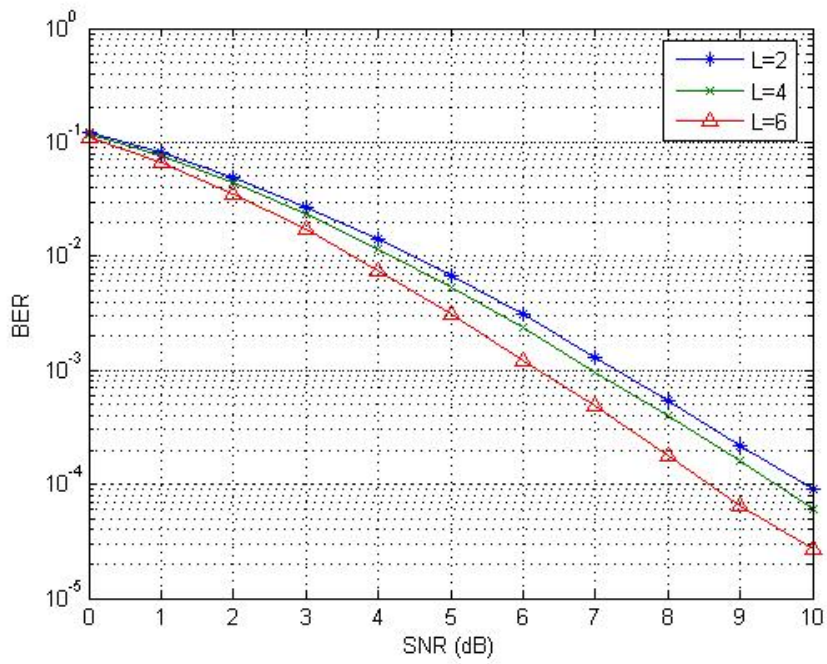


圖 2.14 不同延遲路徑數下的時空頻碼效能比較圖

圖 2.15 模擬兩個延遲路徑之間的延遲時間變化，從模擬的結果可以看到延遲時間的增加，會讓系統的效能更好。但要注意我們這系統設定能抵抗延遲時間最多到 40us，所以超過此設定值的延遲時間會讓效能變差。

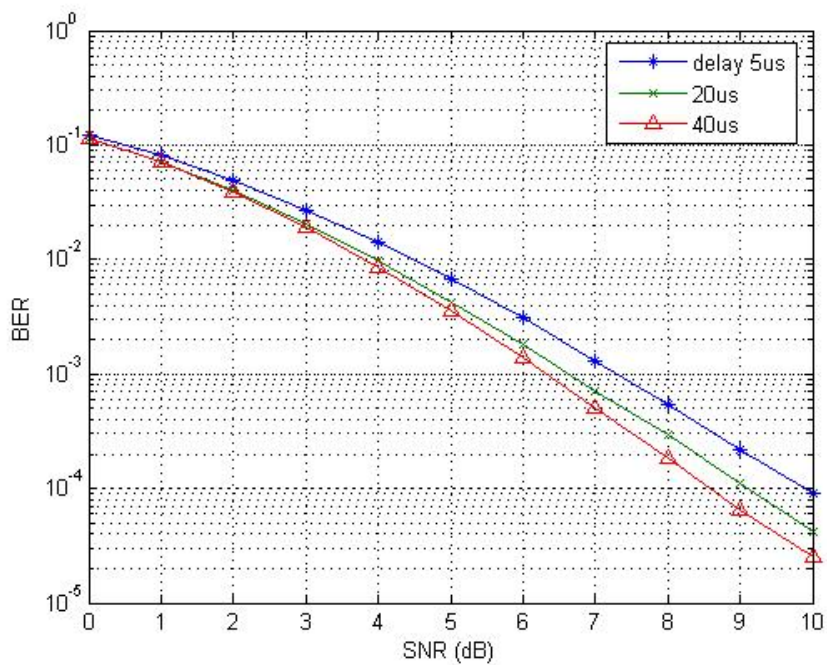


圖 2.15 不同延遲時間下的時空頻碼效能比較圖

第三章 低峰均功率比時空頻三維碼研究

3.1 峰均功率比

儘管之前章節已經述說了不少正交分頻多工系統的好處，但此系統有一個最讓人詬病的問題，那就是高峰均功率比。若 $s_0(t)$, $s_1(t+T)$, ..., $s_m(t+mT)$,... 為一串正交分頻多工符元，其中 $s_m(t+mT)$ 的基頻數學表示式可以寫成：

$$s_m(t+mT) = \frac{1}{\sqrt{Q}} \sum_{k=0}^{Q-1} d_k^m e^{j2\pi f_k t}, \forall 0 \leq t < T, f_k = k/T$$

d_k^m 為第 m 個正交分頻多工符元中第 k 個子載波上的資料符元， f_k 為第 k 個子載波的頻率， T 為一個正交分頻多工符元的傳輸時間， Q 為子載波的個數；則在正交分頻多工系統下的峰均功率比定義以數學式 (3.a) 表示：

$$PAPR \triangleq \frac{\max_{\forall 0 \leq t < T, \forall m} |s_m(t)|^2}{P_{av}} \quad (3.a)$$

式中 $P_{av} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m \int_0^T |s_i(t+iT)|^2 dt$ ，代表正交分頻多工符元的平均功率，由此可知，峰均功率比的定義為輸出訊號的振幅平方最大值除以振幅平方平均值。

對於正交分頻多工系統來說，輸出訊號是由各子載波乘上資料符元再疊加起來，所以當子載波的數目夠多時，訊號的實部和虛部分別可以近似成高斯分佈 (Gaussian Distribution)，代表有一定的機率訊號會出現峰值，等同於造成高峰均功率比的訊號，最極端的例子，若傳輸的資料符元都為同樣的值，峰均功率比計算為 Q （意即信號的瞬間最大功率為平均功率的 Q 倍），對功率放大器來說會是很大的輸入值，輸出信號會有嚴重失真的現象。

假設只討論一個正交分頻多工符元區間，並對正交分頻多工符元取樣，取樣時間 $T_s (= T/Q)$ ，則離散的正交分頻多工符元可以表示為

$$D_\rho = s(t) \Big|_{t=\rho T_s} = \frac{1}{\sqrt{Q}} \sum_{k=0}^{Q-1} d_k e^{j2\pi \frac{k}{Q} \rho}, \forall 0 \leq \rho < Q$$

所對應的峰均功率比為

$$\text{PAPR} = \frac{\max_{\forall 1 \leq \rho < Q} |D_\rho|^2}{E[|D_\rho|^2]}$$

上式所表示的為近似的峰均功率比，若取樣的時間越短，則近似的效果會越接近真實的峰均功率比。

3.2 解決高峰均功率比的方法

目前在單一輸入單一輸出系統下已經有許多解決高峰均功率比的方法，一般可分為從功率放大器和從輸出訊號兩方面去想，從功率放大器角度去解決高峰均功率比的想法很直接，就是去設計增大功率放大器的線性放大區域，讓功率放大器可以承受較大的峰均功率比，但很明顯的，這樣的功率放大器成本一定很昂貴，所以這並不是好的解決方法；至於從信號方面，就是將傳送的訊號先經過調整，使訊號本身的峰均功率比下降，讓訊號大都保持在功率放大器的線性區域內，設計的方法大致可以分為兩大類，一類是增加冗餘（Redundancy）的編碼方式，另一類是將傳輸的訊號變形（Distortion），以下就文獻中已有的方法做介紹，3.2.1-3.2.5 是針對 SISO 系統，3.2.6 則是針對 MIMO 系統。

3.2.1 限幅法

限幅法（Clipping）技術顧名思義就是限制 OFDM 信號的振幅到我們設定的大小以內，雖然做法很直接，但是會有使 OFDM 信號失真增加錯誤率，信號的帶外頻率（Out of Band Radiation）功率增加等缺點，重複剪除濾波（Repeated Clipping and Filtering, RCF）技術也是運用 Clipping 的概念降低峰均功率比，但可以改善帶外頻率功率增加的缺點，以下就是其架構圖：

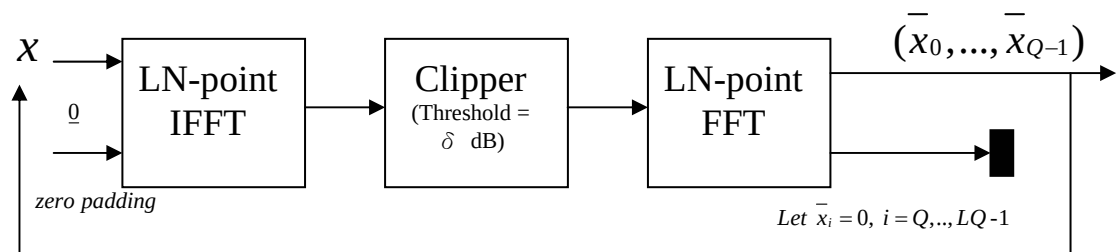


圖 3.1 RCF 架構圖

RCF 執行過程為，將要傳送的信號序列 x 加上 $L*(Q-1)$ 個 0，執行 IFFT 得到要傳送的 OFDM 信號序列，然後將大於 δ 的值降到 δ 以下，在執行 FFT 得到新的信號序列，將第 Q 個以後的值都濾去，把剩下的值在代回做重複的步驟，直到

要傳送的信號序列經 IFFT 運算後值都不會大於 δ 。

3.2.2 區塊編碼架構

區塊編碼架構 (Block Coding Scheme) 降低 PAPR 之概念主要就是利用編碼的方式使原始要傳送的信號序列只會編成低 PAPR 的信號序列，這樣可以確保傳送的均為低 PAPR 信號，但是需要使用到冗餘信號才能完成。使用區塊編碼架構概念的方法有很多，像是奇數同等判斷碼 (Odd Parity Check Code)、修改型簡易區塊碼 (Modified Simple Block Code, MSBC) 等等。奇數同等判斷碼最早由 Wilkinson 提出，他詳盡的搜尋找出 4 個子載波上雙相移鍵控 (Binary Phase-Shift Keying, BPSK) 所有的頻域信號序列，對於所有可能的四個位元之資料符元 X，從 0 (-1,-1,-1,-1) 到 15 (1,1,1,1) 逐一觀察每一個信號序列的 PAPR。發現某些信號序列之 PAPR 會低於一個特定值，其模擬結果如表 3.1 所示。

	X0	X1	X2	X3	PAPR
0	-1	-1	-1	-1	4.000
1	-1	-1	-1	1	1.768
2	-1	-1	1	-1	1.768
3	-1	-1	1	1	2.360
4	-1	1	-1	-1	1.768
5	-1	1	-1	1	4.000
6	-1	1	1	-1	2.360
7	-1	1	1	1	1.768
8	1	-1	-1	-1	1.768
9	1	-1	-1	1	2.360
10	1	-1	1	-1	4.000
11	1	-1	1	1	1.768
12	1	1	-1	-1	2.360
13	1	1	-1	1	1.768
14	1	1	1	-1	1.768
15	1	1	1	1	4.000

表 3.1 四個子載波所有可能 BPSK 頻域信號的 PAPR

由表 3.1 可以觀察到最大的 PAPR 值為 4，而其他的值都會低於 2.36，因此只要傳送較低 PAPR 值的序列，就可以有效地降低多載波信號的 PAPR。所以由 Wilkinson 提出的奇數同等判斷碼，就是將三個資料符元對應到四個位元的碼字，而這些碼字只會對應到低 PAPR 的信號序列，達到降低 PAPR 的目的。此處的編碼架構如下所示：

$$\begin{aligned}
 (d_1, d_2, d_3) &\rightarrow (c_1, c_2, c_3, c_4) \\
 d_i &= c_i, \quad i=1, 2, 3 \\
 c_4 &= 1 - (d_1 + d_2 + d_3)
 \end{aligned}$$

d_i 為資料符元， c_i 為碼字位元， c_4 就是奇數同等位元。而 MSBC 的方式是將輸

入信號序列分割成數個子區塊，再分別對每個子區塊編碼，來達到降低 PAPR 的效果，同樣地，這裡也會需要冗餘信號才能完成。

3.2.3 選擇性映射

在選擇性映射（Selected Mapping, SLM）技術中，我們會先產生 V 個統計獨立的相位序列（Phase Sequence），接著會將 V 個相位序列分別乘在同一個資料符元序列上得到個候選的序列，最後把 V 個候選的序列都經過 OFDM 調變，分別計算其 PAPR，選擇其中 PAPR 值最低的一組序列，作為我們所要傳送的序列，其架構圖如下所示。

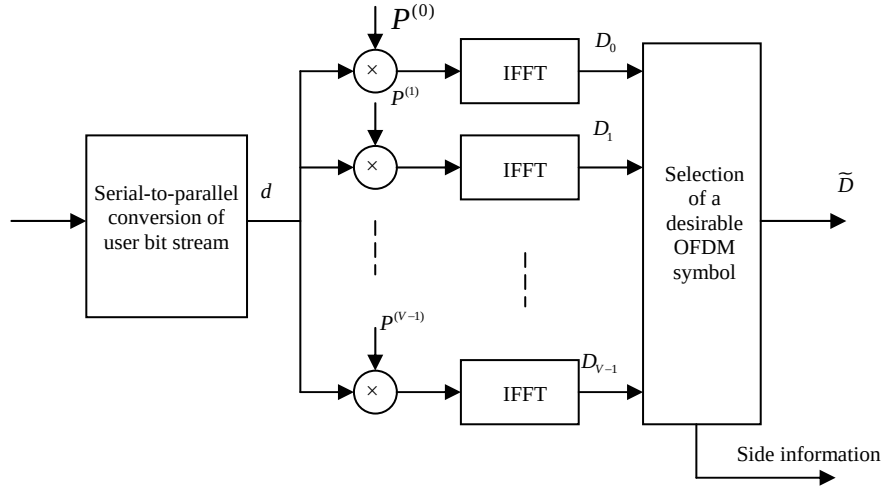


圖 3.2 SLM 技術架構圖

相位序列： $\mathbf{P}^{(v)} = [e^{j\phi_0^v}, e^{j\phi_1^v}, \dots, e^{j\phi_{Q-1}^v}]$ ，其中 $e^{j\phi_k^v} \in [0, 2\pi)$, $\forall 0 \leq v < V$

得到組 OFDM 符元序列： $D_{\rho,v} = \frac{1}{\sqrt{Q}} \sum_{k=0}^{Q-1} (d_k \cdot e^{j\phi_k^v}) e^{j2\pi \frac{k}{Q} \rho}$, $\forall 0 \leq \rho < Q$, $\forall 0 \leq v < V$

$\mathbf{d} = [d_0, d_1, \dots, d_{Q-1}]$, $\mathbf{D}_v = [D_{0,v}, D_{1,v}, \dots, D_{Q-1,v}]$, $\forall 0 \leq v < V$

分別計算每一序列的 PAPR： $\text{PAPR}_v = \frac{\max_{1 \leq \rho < Q} |D_{\rho,v}|^2}{E[|D_{\rho,v}|^2]}$, $\forall 0 \leq v < V$

從 PAPR_v 中挑選最小值，其所對應 OFDM 符元序列就是要傳送的序列。此方法可以有效的降低 PAPR，但是會增加系統複雜度以及需要額外的資訊（Side Information）傳送給接收端，目的是讓接收端知道每個子載波上額外加入相位為何，方便做 OFDM 解調，以防產生解調上的誤差，使整體效能下降。

3.2.4 分部傳送序列

分部傳送序列（Partial Transmit Sequence, PTS）技術算是 SLM 技術的一個特例，它的做法是將資料符元序列分成 V 個獨立群，每一群乘上一個相位偏移量，並不停的嘗試可能的相位偏移量組合，讓每一次產生的新資料符元序列都經過 OFDM 調變，算出 PAPR。同樣地，最低 PAPR 的新資料符元序列極為傳送序列。理論上可以用上述的方法實踐 PTS 技術，不過可以有更低複雜度的方法，以下的數學推導可以說明：

$$\text{令 } b_\nu = e^{j\phi_\nu}, \forall 0 \leq \nu < V, \mathbf{d} = [d_0, d_1, \dots, d_{Q-1}] \Rightarrow \mathbf{d} = \mathbf{d}^{(1)} \cup \dots \cup \mathbf{d}^{(V-1)}, \forall 0 \leq \nu < V$$

$$\text{新資料符元序列：} \bar{\mathbf{d}} = \sum_{\nu=0}^V b_\nu \mathbf{d}^{(\nu)}$$

$$\text{經過 OFDM 調變：} \bar{\mathbf{D}} = \text{IFFT}\{\bar{\mathbf{d}}\}$$

$$\bar{\mathbf{D}} = \text{IFFT}\left\{\sum_{\nu=0}^V b_\nu \mathbf{d}^{(\nu)}\right\} = \sum_{\nu=0}^V b_\nu \text{IFFT}\{\mathbf{d}^{(\nu)}\} = \sum_{\nu=0}^V b_\nu \mathbf{D}_\nu$$

我們可以看到新資料符元序列的 OFDM 調變符元，可以藉由原本序列的 OFDM 調變符元組合而成，所以我們可以把原始的資料符元序列都先調變成 OFDM 符元，再對它使用 PTS 技術，如此一來可以大大的減低複雜度。低複雜度的 PTS 架構圖如下所示。

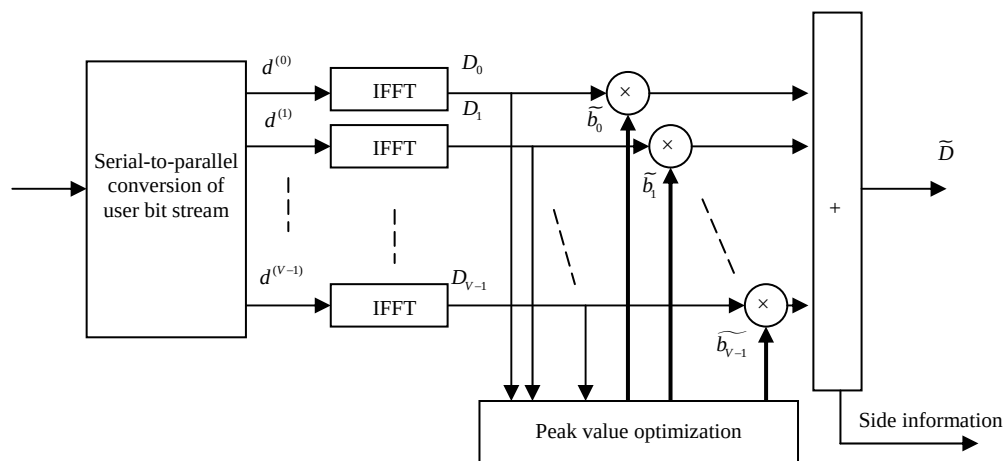


圖 3.3 PTS 架構圖

3.2.5 正定旋轉

正定旋轉（Unitary rotation）技術使用在多天線系統下，其觀念和之前的技

術主要不同點為，此技術是在天線上做變化，而之前的技術均是在子載波上做變化（相位偏移），其架構圖如下所示。

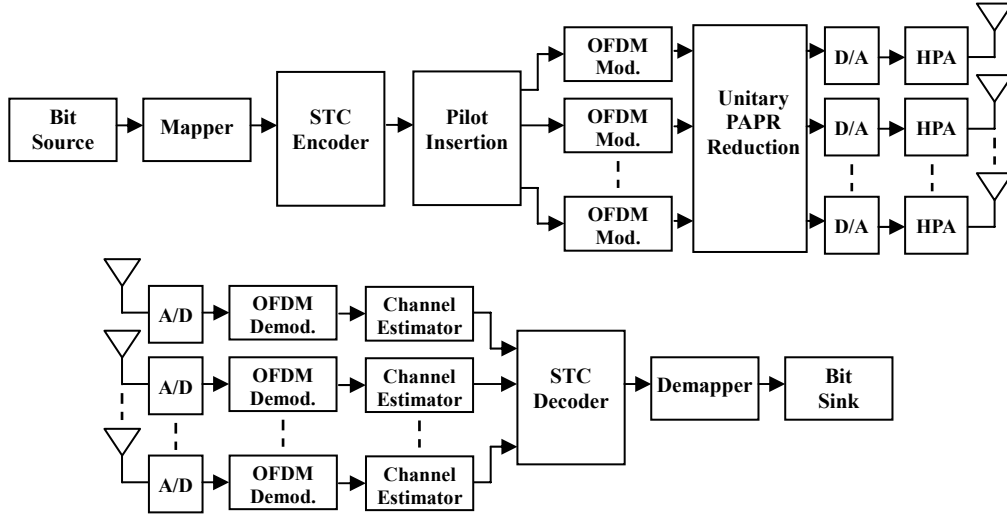


圖 3.4 使用 Unitary rotation 技術的系統架構方塊圖

Unitary Rotation 技術降低峰均功率比的觀念是靠天線間的能量重整，其做法如下：

假設原本傳送的碼字為 $\mathbf{x} \in C^{M_T \times Q}$ ，則現在要傳送的碼字為 $\mathbf{U}_0 \mathbf{x}$ ， $\mathbf{U}_0 \in C^{M_T \times M_T}$ ， $\mathbf{U}_0$ 的求法為 $\mathbf{U}_0 = \arg \min_{\mathbf{U}} \{\max[\mathbf{U}\mathbf{x}]\}$ ，此處 $\max[\mathbf{U}\mathbf{x}]$ 代表在矩陣 $\mathbf{U}\mathbf{x}$ 所有元素中找最大的值，這裡的 $\mathbf{U}$ 矩陣都為正定矩陣（Unitary Matrix）；如此一來，新合成的碼字就會有較低的峰均功率比，而且經過 $\mathbf{U}$ 矩陣變化不會造成總功率的改變，只會造成天線間功率的重新分配。分析上接收訊號的數學式可以寫成

$$\begin{aligned} \mathbf{r}[k] &= \mathbf{H}[k] \mathbf{U} \mathbf{x}[k] + \mathbf{z}[k] \\ &= \tilde{\mathbf{H}}[k] \mathbf{x}[k] + \mathbf{z}[k], \quad \forall 0 \leq k < Q. \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{r}[k] \in C^{M_R}$ 為第 k 個子載波下所接收到的信號， $\mathbf{x}[k] \in C^{M_T}$ 為第 k 個子載波下所傳送的碼字， $\mathbf{H}[k] \in C^{M_R \times M_T}$ 為第 k 個子載波下的複數通道矩陣， $\tilde{\mathbf{H}}[k] \in C^{M_R \times M_T}$ 為融合 $\mathbf{U}$ 矩陣的等效通道矩陣， $\mathbf{z}[k] \in C^{M_R}$ 為第 k 個子載波下所接收到的雜訊，為平均值為零、變異數為 1 的複數高斯隨機變數。

所以從接收端來看，在發送端所做的變化可以視為通道的改變（新的通道環境），通道估計只是從估 $\mathbf{H}$ 變成估 $\tilde{\mathbf{H}}$ ，所以仍可用同一套接收器接收，不需要更動。因此這技術最大的優點就在於只需在傳送端多做功率重新分配的動作，接收端可以保持不變。

3.3 低峰均功率比時空頻三維碼

現在操作在 MIMO-OFDM 系統下，如果要降低峰均功率比，SISO 系統下所討論的方法都可以直接使用，但是直接使用會有一個很大的問題，那就是系統的複雜度或需額外的冗餘部分都會隨傳送天線數增加而增加。因此，我們需要一個針對 MIMO-OFDM 系統降低峰均功率比的方法，不過之前也已提到時空頻三維碼的好處，所以我們希望能在編碼架構下加入額外的考量，使編碼架構調整成直接可以產生低峰均功率比信號，這樣一來可以保持時空頻三維碼的優點，二來也不用需要增加系統的複雜度。

3.3.1 低峰均功率比時空頻三維碼之設計準則

前述 2.3.1 節已經推導出時空頻三維碼的設計準則，知道錯誤率之上限受 D 矩陣的秩數與特徵值所決定；因此，我們將前述降低峰均功率比之技術概念等效地使用於時空頻三維碼後，如圖 3.5，然後重新推導設計準則，觀察融入降低峰均功率比之等效技術後， D 矩陣的秩數與特徵值會有什麼變化，即了解與原先的時空頻三維碼之錯誤率相比是否會改變。如此一來，將可以使重新設計的時空頻三維碼同時擁有低錯誤率、高傳輸率及低峰均功率比特性，並且系統的複雜度不會改變。

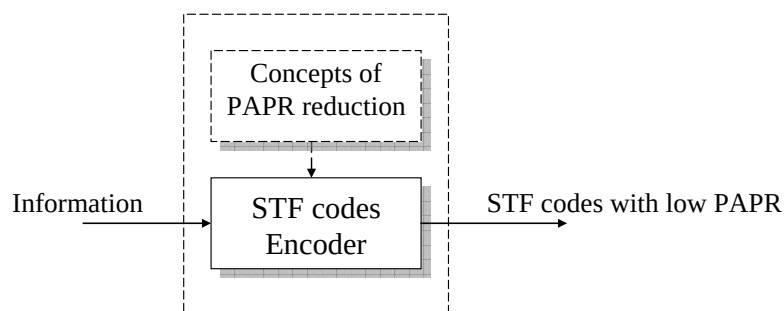


圖 3.5 降低峰均功率比作法之概念圖

SLM 技術的概念主要為相位的偏移，亦即在每個子載波頻率上加入一個相位的改變量，使每個頻率的相位不全從零開始，來達到降低 PAPR 的效果。欲推導 SLM 之概念等效用於時空頻碼的錯誤率，我們先將 D 矩陣做形式上的改變，數學推導如下：

$$\begin{aligned}
\mathbf{D} &\triangleq \left[\sum_{k=0}^{Q-1} \mathbf{W}_f(k) \mathbf{e}[k] \mathbf{e}^H[k] \mathbf{W}_f^H(k) \right] \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{W}_f(0) & \mathbf{W}_f(1) & \cdots & \mathbf{W}_f(Q-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}[0] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{e}[1] & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{e}[Q-1] \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{bmatrix} \mathbf{e}^H[0] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{e}^H[1] & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{e}^H[Q-1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_f^H(0) \\ \mathbf{W}_f^H(1) \\ \vdots \\ \mathbf{W}_f^H(Q-1) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{W}_f(0) \mathbf{e}[0] & \mathbf{W}_f(1) \mathbf{e}[1] & \cdots & \mathbf{W}_f(Q-1) \mathbf{e}[Q-1] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{W}_f^H(0) \mathbf{e}[0] \\ \mathbf{W}_f^H(1) \mathbf{e}[1] \\ \vdots \\ \mathbf{W}_f^H(Q-1) \mathbf{e}[Q-1] \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{d} \cdot \mathbf{d}^H
\end{aligned}$$

所以 $\mathbf{D}$ 矩陣可以寫成 $\mathbf{d} \cdot \mathbf{d}^H$ 。而融入 SLM 技術之觀念就等同於將 $\mathbf{d}$ 矩陣乘上由相位組成的對角矩陣， $\mathbf{d}$ 會改變成 $\mathbf{d}'$ ，數學式如下：

$$\begin{aligned}
\mathbf{d} \rightarrow \mathbf{d}' &= \mathbf{d} \cdot \mathbf{D}_p = \mathbf{d} \cdot \begin{bmatrix} e^{j\theta_0} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{j\theta_1} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & e^{j\theta_{Q-1}} \end{bmatrix} ; \mathbf{D}_p \cdot \mathbf{D}_p^H = \mathbf{I}_Q \\
&\text{where } \theta_i \in [0, 2\pi), i = 0, 1, \dots, Q-1
\end{aligned}$$

融入 SLM 概念後，再看錯誤率的變化，

$$\begin{aligned}
\mathbf{D}' &= (\mathbf{d}') \cdot (\mathbf{d}')^H \\
&= (\mathbf{d} \cdot \mathbf{D}_p) (\mathbf{d} \cdot \mathbf{D}_p)^H \\
&= \mathbf{d} \cdot \mathbf{D}_p \cdot \mathbf{D}_p^H \cdot \mathbf{d}^H \\
&= \mathbf{d} \cdot \mathbf{d}^H \\
&= \mathbf{D}
\end{aligned}$$

由以上數學式可以觀察到，融入 SLM 概念的 $\mathbf{d}'$ ，當要代入計算錯誤率時，其組成的矩陣仍為 $\mathbf{D}$ 矩陣，所以我們可說融入 SLM 概念後並不會影響我們錯誤率式

子的推導，即表示錯誤率會保持不變。

運用正定旋轉之概念融入設計準則中， $\mathbf{d}$ 改變成 $\mathbf{d}_U$ ，數學式如下

$$\mathbf{d} \rightarrow \mathbf{d}_U = \mathbf{V} \cdot \mathbf{d}, \quad \mathbf{V} \text{ is a unitary matrix.}$$

要繼續推導錯誤率，將 $\mathbf{d}_U$ 組成 $\mathbf{D}_U$ ，並利用 $\mathbf{D}$ 矩陣的等效式子

$$\mathbf{D} = \mathbf{d} \cdot \mathbf{d}^H = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^H$$

其中 $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \dots \ \mathbf{u}_{LM_T}]$ 為正交矩陣， $\mathbf{\Lambda} \triangleq \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_r, 0, \dots, 0\}$ 為對角矩陣， $\{\lambda_j\}_{j=1}^r$ 為 $\mathbf{D}$ 矩陣的特徵值。

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_U &= \mathbf{d}_U \cdot \mathbf{d}_U^H = (\mathbf{V} \cdot \mathbf{d})(\mathbf{V} \cdot \mathbf{d})^H \\ &= \mathbf{V} \cdot (\mathbf{d} \cdot \mathbf{d}^H) \cdot \mathbf{V}^H \\ &= \mathbf{V} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{V}^H \\ &= \mathbf{V} \cdot (\mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^H) \cdot \mathbf{V}^H \\ &= (\mathbf{V} \mathbf{U}) \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot (\mathbf{V} \mathbf{U})^H \end{aligned}$$

接下來的推導方式如 2.3.1 節，最後我們可以發現，融合正定旋轉概念後，不會改變計算錯誤率中的特徵值，而且因為我們使用的是正定矩陣，所以秩數也不會改變，錯誤率受限的參數仍是原本 $\mathbf{D}$ 矩陣的秩數與特徵值；以上的推導可知我們可以在不改變錯誤率情況下，降低信號的峰均功率比，所以降低峰均功率比的準則為

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{P,o} &= \arg \min_{\mathbf{D}_p} \left\{ \max \{ \mathbf{x} \mathbf{D}_p \} \right\} \\ \mathbf{V}_o &= \arg \min_{\mathbf{V}} \left\{ \max \{ \mathbf{V} \mathbf{x} \} \right\} \end{aligned}$$

其中 $\max\{X\}$ 代表 X 矩陣中元素的最大值， $\mathbf{x} \in C^{M_T \times Q}$ 代表經過 OFDM 調變後要傳送的信號。在其餘降低峰均功率比概念的推導，我們也發現有相同的情況。

除了上述兩種方式外，我們還找到更有效的降低方式，其方法如下，假設將要傳送的碼字矩陣先乘上降低峰均功率比之正定矩陣，數學式為

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} \cdot \mathbf{D}_p = \begin{bmatrix} x_1[0] & x_1[1] & \cdots & x_1[Q-1] \\ x_2[0] & x_2[1] & \cdots & x_2[Q-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{M_T}[0] & x_{M_T}[1] & \cdots & x_{M_T}[Q-1] \end{bmatrix}_{(M_T \times Q)} \cdot \begin{bmatrix} d_{0,0} & d_{0,1} & \cdots & d_{0,Q-1} \\ d_{1,0} & d_{1,1} & \cdots & d_{1,Q-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{Q-1,0} & d_{Q-1,1} & \cdots & d_{Q-1,Q-1} \end{bmatrix}_{(Q \times Q)}$$

接著將新生成要傳送的碼字矩陣 $\mathbf{x}'$ ，依照 2.3.1 節的分析方式重新分析，可得錯誤率上限為

$$P(\mathbf{x}' \rightarrow \bar{\mathbf{x}}') \leq \frac{1}{4} \exp \left\{ -\frac{E_s}{8N_0} M_R \sum_{k=0}^{Q-1} |\mathbf{e}[k]|^2 \right\}$$

由以上數學式可以觀察到，融入降低峰均功率比概念的錯誤率，和之前所推得的時空頻三維碼錯誤率數學式一樣，所以我們可以說加入降低峰均功率比之考量後，不會更改我們之前所得之時空頻三維碼設計準則，也即是保持我們找到的最佳錯誤率效能。

3.4 電腦模擬

模擬所使用的碼為第二章所設計之時空頻三維碼，為驗證我們降低峰均功率比的效果，我們採用的編碼器如圖 3.6 所示，

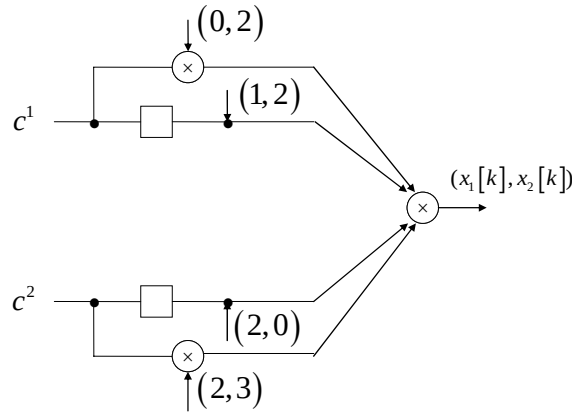


圖 3.6 空頻碼編碼器

並且使用 QPSK 調變。模擬加入正定旋轉概念之碼可以發現，使用正定旋轉可以有效地降低 PAPR，模擬結果如表 3.2 所示：

	降低 0.5dB	降低 1dB	降低 1.5dB	降低 2dB
(PAPR 降低碼數/ 傳送碼數)*100%	65%	40%	20%	10%

表 3.2 PAPR 降低之碼數所佔總傳送碼數的百分比

表 3.2 中可以觀察到新設計的碼有 10% 的碼字之 PAPR 值降低了 2dB，模擬結果說明有達到降低 PAPR 之效果。

若降低峰均功率比矩陣 $\mathbf{D}_p$ 選擇反向離散餘弦矩陣 (Inverse Discrete Cosine Matrix, IDCT)，其數學式為

$$\mathbf{D}_p = \begin{bmatrix} d_{0,0} & d_{0,1} & \cdots & d_{0,Q-1} \\ d_{1,0} & d_{1,1} & \cdots & d_{1,Q-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{Q-1,0} & d_{Q-1,1} & \cdots & d_{Q-1,Q-1} \end{bmatrix}_{(Q \times Q)}$$

$$\text{where } d_{i,j} = \sqrt{\frac{2}{Q}} \cdot \beta[j] \cdot \cos\left(\frac{\pi j(2i+1)}{2Q}\right), \quad \beta[j] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & j=0 \\ 1, & \text{else} \end{cases}.$$

搭配圖 3.6 的編碼器可得圖 3.7-3.9 為低峰均功率比時空頻碼與沒做降低峰均功率比之碼的互補累積分佈函數 (Complementary Cumulative Density Function, CCDF) 比較圖。在機率為 10^{-4} 的情況下，子載波為 64 時峰均功率比降低 4dB 以下，子載波 128 時降低 4B，到 256 時降低量已經超過 4dB 了，所以可以看到峰均功率比降低的效果會隨子載波個數增加而變大。

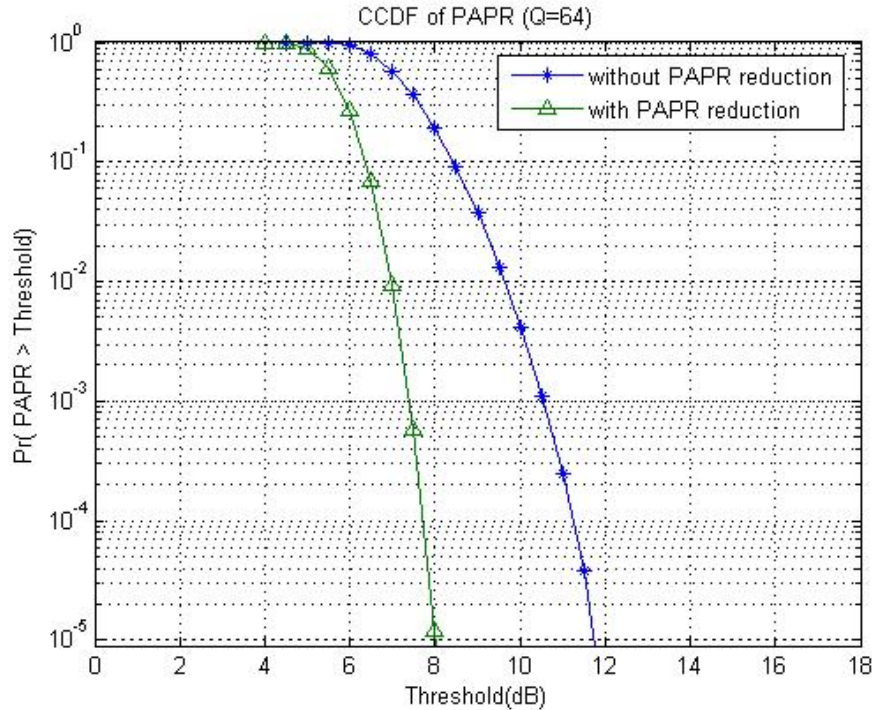


圖 3.7 子載波個數為 64 的情形

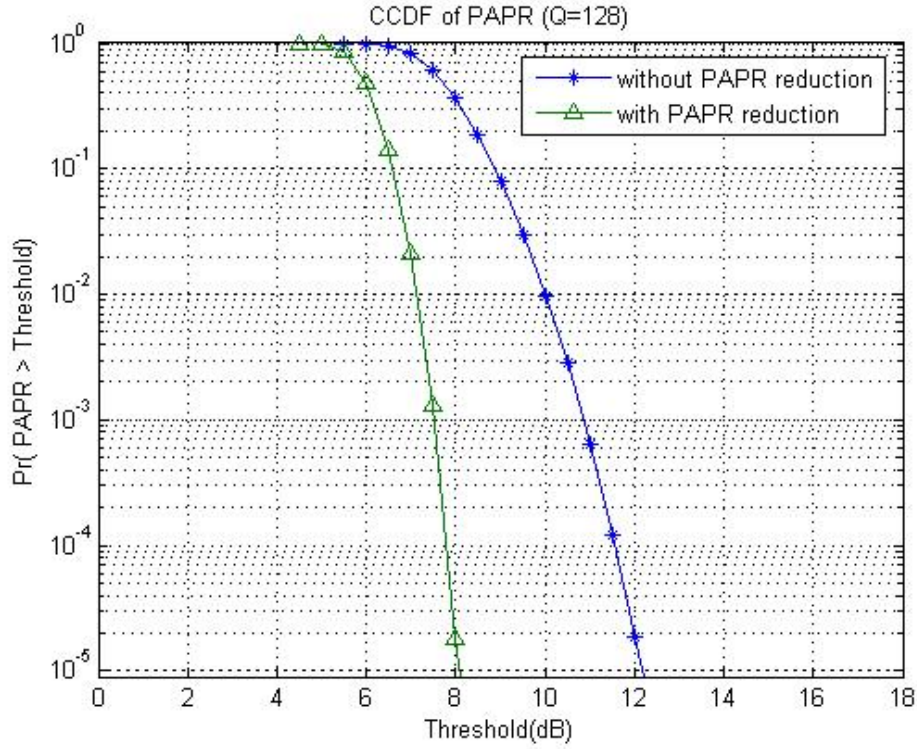


圖 3.8 子載波個數為 128 的情形

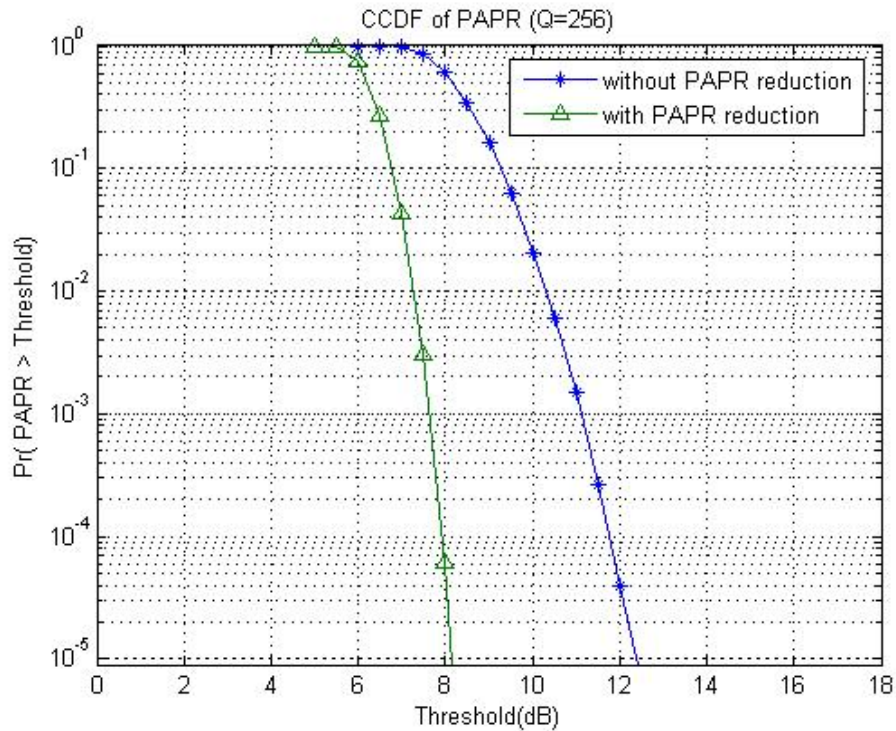


圖 3.9 子載波個數為 256 的情形

圖 3.10 為我們提出降低峰均功率比的方法與 SLM 方法的比較，由圖中可以發現，我們提出方法和 SLM 使用 8 組候選（Candidate）序列的效果差不多，要注意的是這裡使用 SLM 的方法一次是針對一根傳輸天線，所以整體的複雜度會

照天線數呈線性增加，而我們方法的複雜度跟一般空頻碼一樣，不會增加。

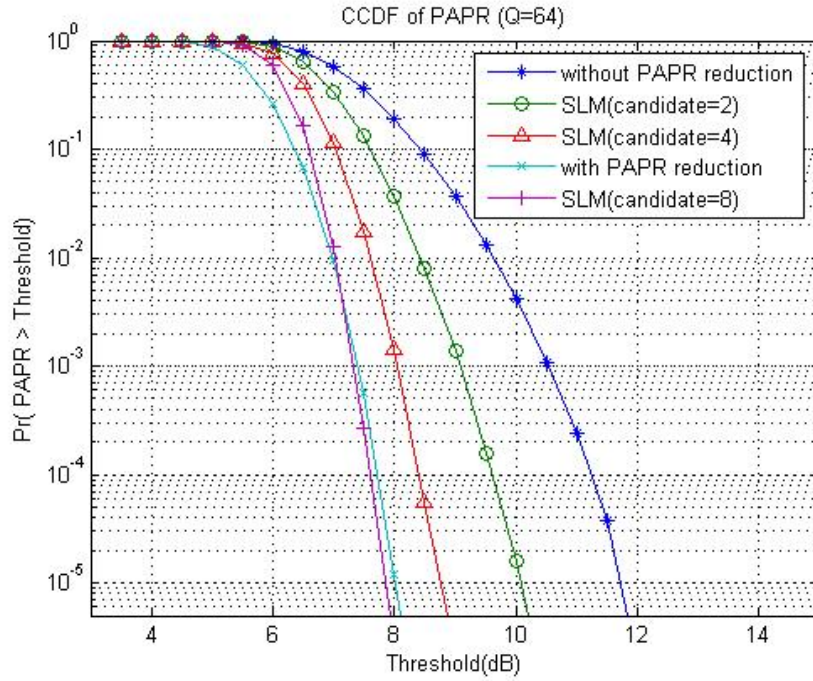


圖 3.10 我們提出方法與 SLM 方法之比較

圖 3.11 為我們方法與 SLM 方法一起使用的效果圖，可以看到一起使用的效果可以比個別使用的效果更好，所以在針對某些要求低峰均功率比的系統，我們就可以使用這種整合的方式來達到系統要求。

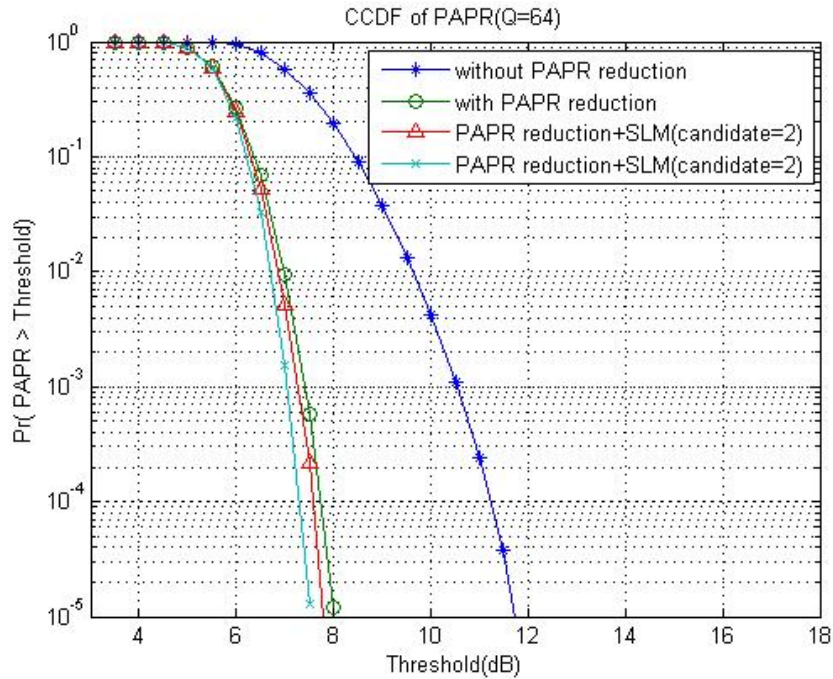


圖 3.11 我們提出之方法加 SLM 方法之效果圖

第四章 時空頻低密度位元檢測碼之研究

4.1 通訊系統架構介紹

計畫的最終目標是以低密度位元檢測碼為主體，結合多重輸出、入分集技術，擷取兩者優點以設計出橫跨空間、時域、頻域三重維度適合於高速無線多媒體傳輸之通道編碼系統，所以我們所採用的系統方塊圖如下圖所示。

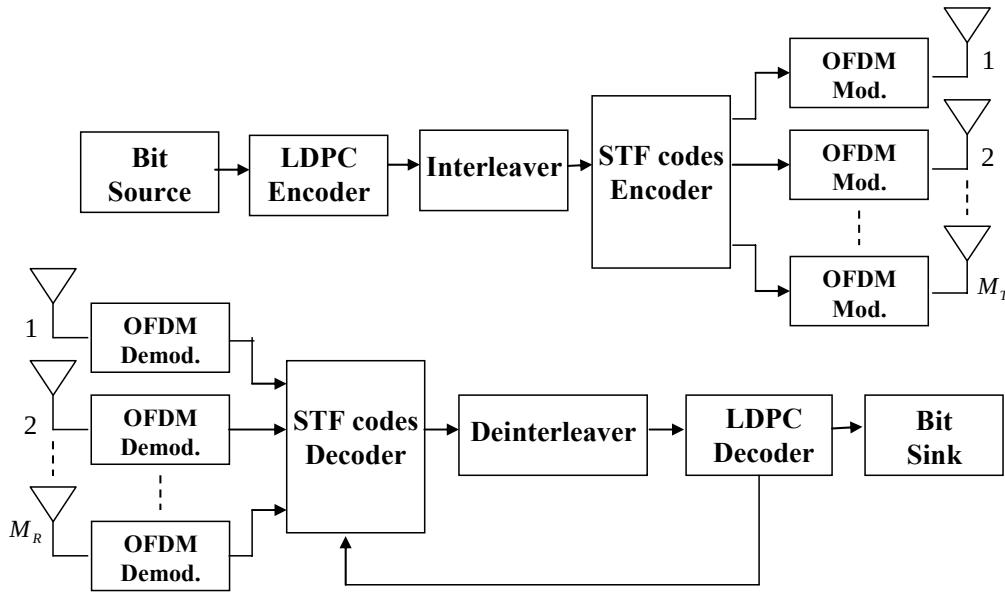


圖 4.1 時空頻低密度位元檢測編碼系統架構圖

系統的發送端部分，我們使用串接編碼（Concatenated Coding）的方式來達到系統的設計要求。當產生要傳遞的訊息位元後，會先經過系統的外部編碼（Outer Coding）區塊，也就是低密度位元檢測碼編碼區塊，利用低密度位元檢測碼的特性讓訊息位元得到強大的錯誤更正保護能力。經過此編碼區塊後，我們會得到低密度位元檢測碼之碼字，接著我們會將碼字先送入交錯器（Interleaver）打亂原來碼字中位元彼此之間的順序，然後再送入使用時空頻三維編碼的內部編碼（Inner Coding）區塊。這裡使用時空頻三維碼是利用其本身特性來對抗有衰退性的非理想通道。而我們在這所選用的時空頻三維碼中的時空頻籬柵碼，目的是降低解碼時的計算複雜度。當訊息位元經過兩層編碼後，最後會使用 OFDM 調變並以 MIMO 方式傳送。如此一來，訊息位元不但擁有強大的錯誤更正保護，同時也具備了抵抗衰退通道的能力。

系統的接收部分，我們使用 M_R 根天線接收並經過 OFDM 解調器解調，然後

將解調後的數值送入時空頻三維碼解碼器解碼。為了增加系統的整體效能，所以我們在解碼過程使用了疊代解碼，已知要達成疊代解碼，系統需要以下 4 個條件：

1. 區塊間互相連結（Concatenation of Component Blocks）
2. 交錯器
3. 軟式輸入軟式輸出程序（Soft-Input Soft-Output Process）
4. 外部資訊的交換（Exchange of Extrinsic Information）

上述的系統已符合 1 和 2 的條件，為達成其餘條件，時空頻籬柵碼之解碼演算法採用 BCJR 演算法。BCJR 演算法可利用 OFDM 解調後的軟式輸入值對時空頻籬柵碼進行解碼，得到解碼之軟式輸出值並同時可以計算出外部資訊值。假設 OFDM 解調後的值為 $\mathbf{r}[k]$ ， $\forall 0 \leq k < Q$ ， Q 為子載波個數。時空頻籬柵碼的最大狀態（State）數為 S ，第 k 個子載波下狀態以 S_k ， $\forall 0 \leq k \leq Q$ 表示，並注意狀態的下標可到 Q 。第 k 個子載波下的碼字為 $\mathbf{x}[k]$ ，其對應的訊息為 $\mathbf{c}[k]$ ， $\forall 0 \leq k < Q$ ，而計算所得的第 k 個子載波下第 i 個訊息位元 $c_i[k]$ 信賴值（Reliability）表示成 $\Lambda(c_i[k])$ ， $\forall 0 \leq k < Q$ ， $\forall 0 \leq i < I$ ， I 為時空頻籬柵碼每次輸入編碼器的最大訊息位元數。

在執行 BCJR 演算法的過程中，主要是計算 $\alpha_k(l)$ 、 $\beta_k(l)$ ， $\forall 0 \leq k \leq Q$ 和 $\gamma_{\mathbf{c}[k]}(l', l)$ ， $\forall 0 \leq l, l' < S$ ， $l \neq l'$ ， $\forall 0 \leq k < Q$ 值，其定義如下，

$$\begin{aligned}\gamma_{\mathbf{c}[k]}(l', l) &= \log \Pr \{ \mathbf{c}[k], S_{k+1} = l, \mathbf{r}[k] | S_k = l' \} \\ &= \log \left\{ \Pr(\mathbf{c}[k]) \exp \left(\frac{-d^2(\mathbf{r}[k], \mathbf{x}[k])}{2\sigma^2} \right) \right\}, \\ \alpha_k(l) &= \log \left\{ \sum_{l'=0}^{S-1} \alpha_{k-1}(l') \gamma_{\mathbf{c}[k]}(l', l) \right\}, \\ \beta_k(l) &= \log \left\{ \sum_{l'=0}^{S-1} \beta_{k+1}(l') \gamma_{\mathbf{c}[k]}(l', l) \right\}.\end{aligned}$$

其中 σ^2 為通道雜訊的變異數， $\Pr(\mathbf{c}[k])$ 代表 $\mathbf{c}[k]$ 的事前機率，這項由低密度位元檢測碼解碼回授所得。執行 BCJR 演算法前會先設定 $\alpha_0(l)$ 和 $\beta_Q(l)$ ， $\forall 0 \leq l < S$ 初始值，分別為

$$\begin{cases} \alpha_0(0) = 0 \\ \alpha_0(l) = -\infty, l \neq 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} \beta_Q(0) = 0 \\ \beta_Q(l) = -\infty, l \neq 0 \end{cases}.$$

初始值設定完成後，就先將 $\gamma_{\mathbf{c}[k]}(l', l)$ ， $\forall 0 \leq l, l' < S$ ， $l \neq l'$ ， $\forall 0 \leq k < Q$ 依上述定義

計算出來，然後再使用已求得的 $\gamma_{c[k]}(l', l)$ 計算 $\alpha_k(l)$ 、 $\beta_k(l)$ ， $\forall 0 \leq l < S$ ， $\forall 0 \leq k < Q$ 。等到 $\alpha_k(l)$ 、 $\beta_k(l)$ ， $\forall 0 \leq k \leq Q$ 和 $\gamma_{c[k]}(l', l)$ ， $\forall 0 \leq l, l' < S$ ， $l \neq l'$ ， $\forall 0 \leq k < Q$ 值全計算完成後，就可將其代入

$$\Lambda(c_i[k]) = \log \frac{\sum_{c_i[k]=0} \alpha_k(l') \gamma_{c[k]}(l', l) \beta_{k+1}(l)}{\sum_{c_i[k]=1} \alpha_k(l') \gamma_{c[k]}(l', l) \beta_{k+1}(l)} , \quad \forall 0 \leq k < Q , \quad \forall 0 \leq i < I .$$

所得之 $\Lambda(c_i[k])$ 扣除事前機率項後即為時空頻解碼器的外部資訊之軟式輸出，此數值就作為低密度位元檢測碼解碼器的軟式輸入資訊。低密度位元解碼器使用此資訊並搭配疊代式信度傳播解碼法就可以去解出每個資訊位元的信賴值，由疊代解碼的概念可知要讓效能更好，就要不停的交換區塊間的外部資訊，所以我們會將低密度位元檢測解碼器所解出的信賴值代回時空頻解碼器作為姊碼中使用的事前機率項，再重新執行時空頻三維碼解碼，如此不停的疊代解碼，直到符合我們所設定的次數，才將低密度位元檢測解碼器所得的信賴值做硬式判斷（Hard Decision）得到最佳的估計位元資訊。

4.2 低密度位元檢測碼簡介

低密度位元檢測碼本質上為線性區段碼，但因其具位元檢測矩陣（Parity Check Matrix）中數字 1 的個數佔矩陣很低比例的特色，並且搭配疊代式信度傳播解碼法在可加性白色高斯雜訊通道下提供趨近謝農極限的編碼效能，所以被提出線性區段碼之外單獨討論。低密度位元檢測碼在 1963 年由 Gallager 提出，同時他也提出解碼演算法和效能的分析結果，不過因當時硬體的限制，所以無法模擬及實際看到低密度位元檢測碼的效能，所以不受到重視。後來有人以 Tanner 圖的概念來描述位元檢測矩陣，同時也將解碼的過程直接在 Tanner 圖上操作，利用圖形的重新詮釋低密度位元檢測碼。低密度位元檢測碼能在近代能受到矚目是因為 Mackay 發表文章重新討論其趨近於謝農極限的編碼效能，加上硬體技術的進步，現在可以輕易地模擬低密度位元檢測碼的效能，同時也能夠實際地在硬體上實現，所以受到越來越多人的討論與研究。

低密度位元檢測碼的核心部份就是位元檢測矩陣，如何設計一個好的低密度位元檢測碼就是如何設計一個有好編碼效能的位元檢測矩陣。一般設計低密度位元檢測碼的過程，不會針對位元檢測矩陣中的 1 和 0 分佈去作討論，而是會討論一群（Ensemble）擁有相同階層分佈對（Degree Distribution Pair） $(\lambda(x), \rho(x))$ 的

低密度位元檢測碼之平均效能去做分析， $\lambda(x)$ 、 $\rho(x)$ 分別是描述矩陣行或列上 1 個數的分佈比例，例如位元檢測矩陣 $\mathbf{H}$ 為

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

可計算其階層分佈對為

$$\lambda(x) = \frac{5}{8}x + \frac{3}{8}x^2 \text{ 和 } \rho(x) = \frac{5}{8}x^4 + \frac{3}{8}x^5。$$

通常我們會去討論一群有相同階層分佈對之碼的平均效能，然後看效果能好壞決定此階層分佈對是否適用，若此分佈適用，則會在此階層分佈對的情況下去搜尋有最佳效能的位元檢測矩陣。

4.2.1 低密度位元檢測碼之解碼

低密度位元檢測碼的解碼演算法採用疊代式信度傳播解碼法，其解碼概念就是在 Tanner 圖上做反覆的做訊息傳遞與運算，計算每個位元的信賴值。在已知位元檢測矩陣 $\mathbf{H}$ 的情況下，我們可以將 $\mathbf{H}$ 轉為 Tanner 圖，轉換的方式是先以行和列分為兩群組，每一行視為一個位元節點 (Bit Node)，每一列視為一個檢測節點 (Check Node)，再將 $\mathbf{H}$ 中元素為 1 的行、列位置所對應的位元節點和檢測節點連接起來即完成 Tanner 圖，如圖 4.2 例子所示。

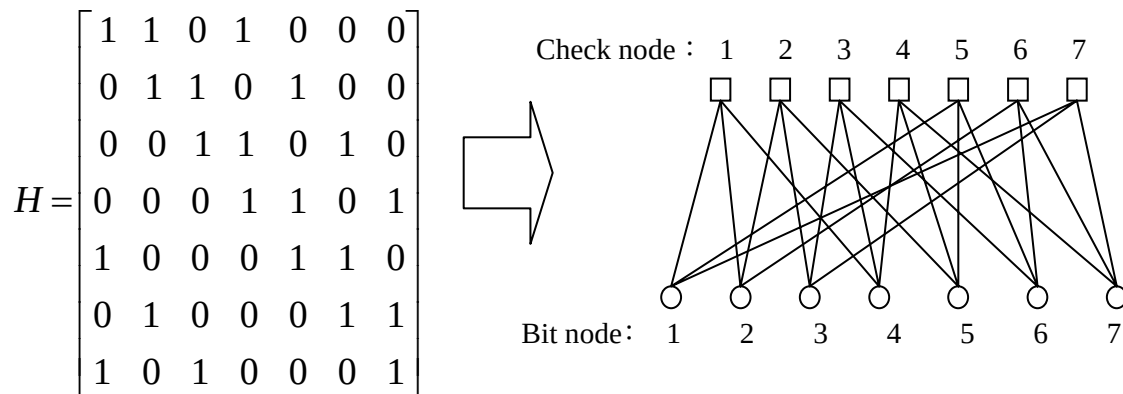


圖 4.2 位元檢測矩陣 $\mathbf{H}$ 轉換為 Tanner 圖的例子

完成 Tanner 圖後，即可在圖上進行解碼。解說疊代式信度傳播解碼法之前，先對要使用的符號作定義， i 代表位元節點的索引 (Index)， j 代表檢測節點的

索引， R_j 代表連到第 j 個檢測節點的位元節點之索引集合， C_i 代表第 i 個位元節點的檢測節點之索引集合， y_i 為從通道接收的值， X_i 為碼字位元。 $L(X_i)$ 為第 i 個碼字位元的信賴值，數學式定義為

$$L(X_i) = \log \frac{\Pr(X_i = +1 | Y_i = y_i)}{\Pr(X_i = -1 | Y_i = y_i)}, \quad X_i \in \{+1, -1\}。$$

而 $L(q_{i,j})$ 為第 i 個位元節點傳給第 j 個檢測節點的信賴值，其數學式為

$$L(q_{i,j}) = \log \frac{q_{i,j}(+1)}{q_{i,j}(-1)},$$

其中 $q_{i,j}(\pm 1)$ 代表第 i 個位元節點給第 j 個檢測節點為 ± 1 的訊息量，以圖 4.3 為例。

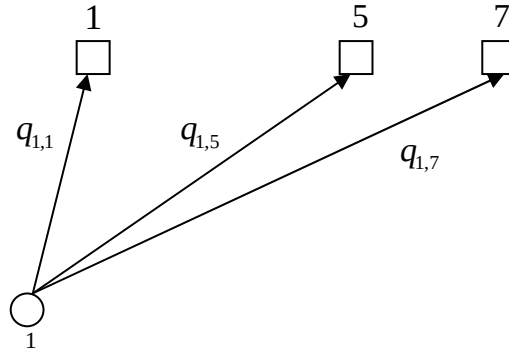


圖 4.3 $q_{i,j}$ 示意圖

$L(r_{j,i})$ 為第 j 個檢測節點傳給第 i 個位元節點的信賴值，其數學式為

$$L(r_{j,i}) = \log \frac{r_{j,i}(+1)}{r_{j,i}(-1)},$$

其中 $r_{j,i}(\pm 1)$ 代表第 j 個檢測節點給第 i 個位元節點為 ± 1 的訊息量，以圖 4.4 為例。

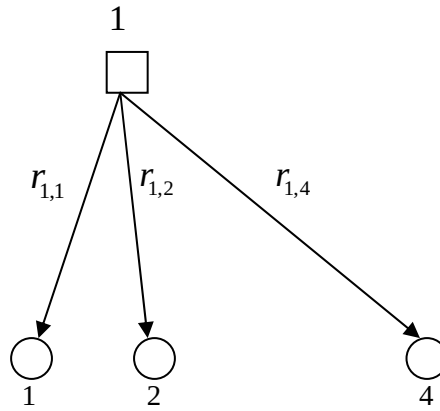


圖 4.4 $r_{j,i}$ 示意圖

使用疊代式信度傳播解碼法開始解碼時，最先會利用收到的 y_i 計算碼字位元

的信賴值，數學式為

$$L(X_i) = \log \frac{\Pr(X_i = +1 | Y_i = y_i)}{\Pr(X_i = -1 | Y_i = y_i)} = 2 \cdot y_i / \sigma^2 ,$$

其中 σ^2 為雜訊的變異數。接著會給 $L(q_{i,j})$ ， $\forall i, j$ 初值，

$$L(q_{i,j}) = L(X_i) , \forall j \in C_i .$$

當初值都給定後，就會開始計算 $L(r_{j,i})$ ，數學式為

$$L(r_{j,i}) = \left(\prod_{i' \in R_{j \setminus i}} \alpha_{i',j} \right) \phi \left(\sum_{i' \in R_{j \setminus i}} \phi(\beta_{i',j}) \right) ,$$

其中 $\alpha_{i,j} = \text{sgn}(L(q_{i,j}))$ ， $\beta_{i,j} = |L(q_{i,j})|$ ， $\phi(x) = \log(e^x + 1/e^x - 1)$ ， $R_{j \setminus i}$ 代表連到第 j 個檢測節點的位元節點之索引集合扣除第 i 個索引。然後計算

$$L(q_{i,j}) = L(X_i) + \sum_{j' \in C_{i \setminus j}} L(r_{j',i}) ,$$

和 $L(Q_i) = L(X_i) + \sum_{j \in C_i} L(r_{j,i}) .$

最後利用 $L(Q_i)$ 來判斷傳送的碼字位元，判斷式為

$$\hat{X}_i = \begin{cases} +1, & \text{if } L(Q_i) > 0 \\ -1, & \text{otherwise} \end{cases} .$$

若解碼判斷後的碼字 $\mathbf{X} (= (\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_{n-1}))$ 乘上位元檢測矩陣 $\mathbf{H}$ 可以得到零向量，則我們可以說 $\mathbf{X}$ 為最有可能傳遞的碼字，並可以停止解碼；若不是零向量則將新得到的 $L(q_{i,j})$ 代入重新計算 $L(r_{j,i})$ ，然後再次計算 $L(Q_i)$ 並判斷碼字，若持續得不到零向量，則重複到設定的疊代次數，才停止解碼，此時的碼字就為估計的最可能碼字。

4.2.2 低密度位元檢測碼之設計方法

低密度位元檢測碼有許多不同的設計方法，在此所要介紹的是使用外部訊息傳遞圖的設計方式[42]。4.2.1 節已介紹了低密度位元檢測碼的解碼演算法，可以發現解碼的過程可拆開看成位元節點解碼和檢測節點解碼兩部份，彷彿是兩個解碼器所形成的疊代解碼過程。若是看成兩個解碼器，則可以分別畫出外部訊息傳遞圖，然後看兩曲線的變化過程，分析這兩解碼器相互疊代解碼的作用下可達到

的編碼效能。

設計的步驟為先決定 $\rho(x)$ 並畫出對應之外部訊息傳遞圖，例如圖 4.5 所示。

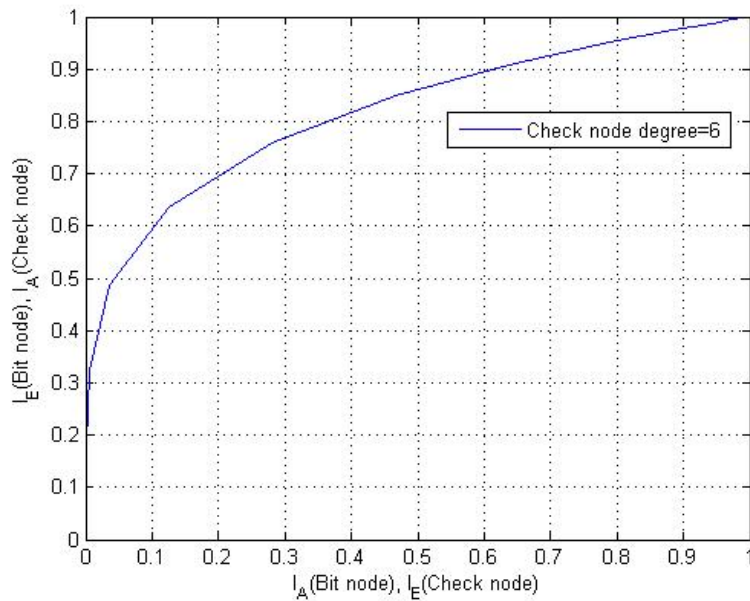


圖 4.5 檢測解碼器之外部訊息傳遞圖的例子

再決定要操作的訊雜比以及選取合適的 $\lambda(x)$ ，使其外部訊息傳遞圖與 $\rho(x)$ 對應之外部訊息傳遞圖能夠越吻合越好，例如圖 4.6 所示。

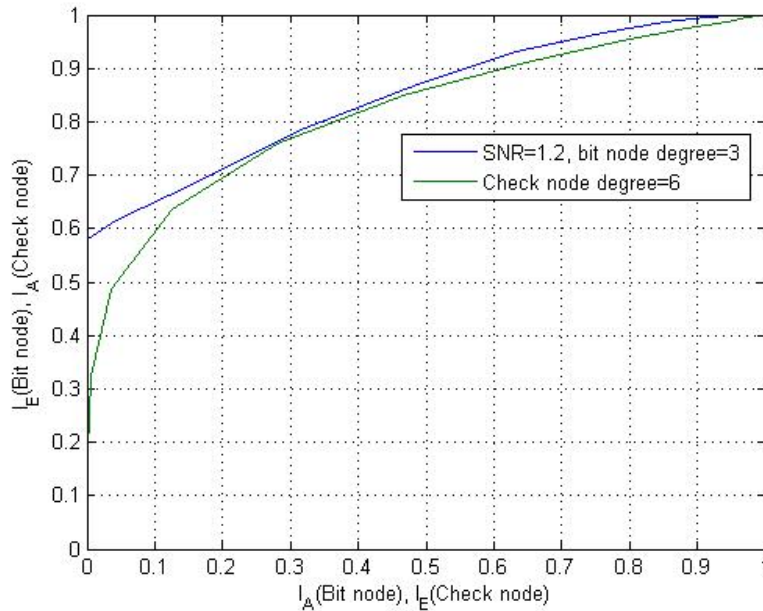


圖 4.6 使用外部訊息傳遞圖設計低密度位元檢測碼的例子

在圖 4.6 中要讓設計的低密度位元檢測碼有好的編碼效果，就要不斷的調整 $\lambda(x)$ ，使之對應的位元節點解碼器之外部訊息傳遞曲線（藍線）能夠跟檢測節

點解碼器之外部訊息傳遞曲線（綠線）越靠近越好。

4.3 時空頻三維低密度位元檢測碼之設計

我們對於時空頻三維低密度位元檢測編碼設計的方法是先使用最佳的時空頻三維碼，也就是第二章所設計的結果，然後依據此時空頻三維碼，利用曲線吻合的概念去找到與其搭配的最佳低密度位元檢測碼。設計的流程為先畫出設計好的時空頻三維碼之外部訊息傳遞圖，接著決定低密度位元檢測碼的階層分佈對並畫出其外部訊息傳遞圖，然後看兩條曲線是否夠靠近。靠近的定義為我們先設定一個極限值，若兩條曲線去算其差的平方會小於此極限值，則我們稱這兩條曲線夠靠近，若兩條曲線不夠靠近，則我們就選擇新的階層分佈對，再利用其外部訊息傳遞圖去判斷這組階層分佈對是否為我們所要的結果。

為驗證我們的設計結果是否為有效的，所以我們使用[43]中高效能的低密度位元檢測碼與我們設計的時空頻三維碼搭配作為比較的基準。我們將選自[43]的低密度位元檢測碼給予代稱為 Mackay 碼，以方便接下來的陳述。一開始我們先將 Mackay 碼依不同的信度傳播解碼法之疊代次數畫出外部訊息傳遞曲線，如圖 4.7 所示。

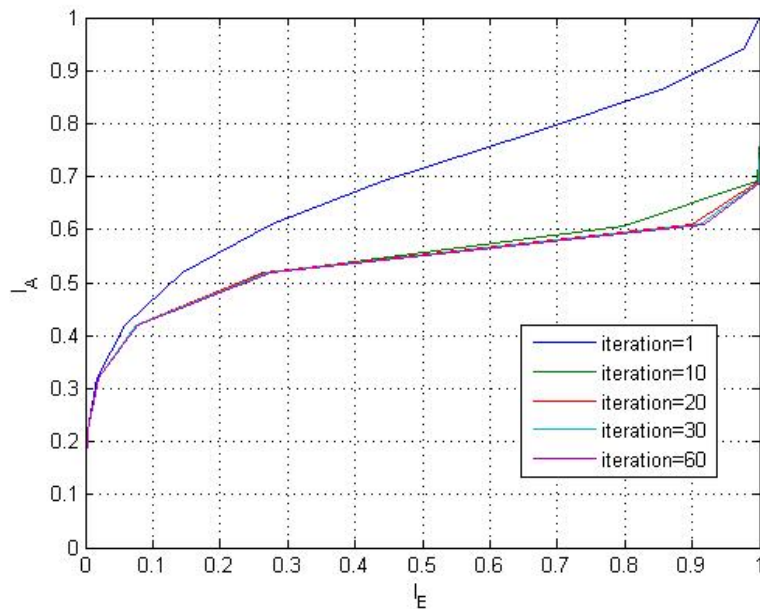


圖 4.7 Mackay 碼依信度傳播解碼法不同疊代次數的外部訊息傳遞圖

由圖 4.7 可以發現，疊代次數的增加會使曲線更水平，但在這為了減少計算複雜度以及儘量避免減少精確度，所以選擇疊代次數為 20 的情況做以後模擬的參數

選擇。接著畫出不同訊雜比的時空頻三維碼之外部訊息傳遞圖，並將疊代次數 20 的 Mackay 碼之外部訊息傳遞圖放入一起觀察，如圖 4.8 所示。

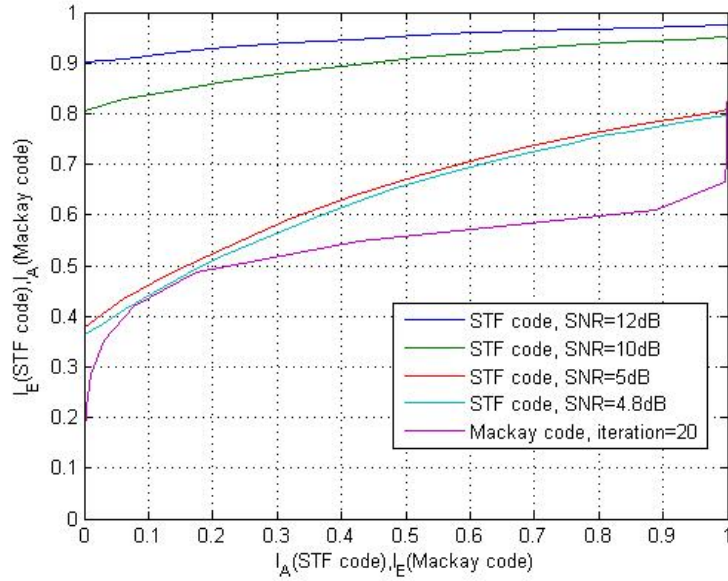


圖 4.8 不同訊雜比的時空頻三維碼之外部訊息傳遞圖

由圖 4.8 可以觀察到當時空頻三維碼與 Mackay 碼兩者外部資訊傳遞曲線最接近時的訊雜比為 4.8dB。所以由此可以知道，若我們找到與時空頻三維碼搭配有更好編碼效能的低密度位元檢測碼，考慮的訊雜比至多只能為 4.8dB 的情況。有了這些預先討論的結果後，就可以開始進行低密度位元檢測碼的搜尋，所使用的演算法如下：

- (1) 決定操作的訊雜比 ($< 4.8\text{dB}$) 和極限值 t ，並畫出時空頻三維碼的外部訊息傳遞圖。
- (2) 利用微分演化 (Differential Evolution) [44] 方法選取階層分佈對並畫出其外部訊息傳遞圖，並計算與時空頻三維碼外部訊息傳遞圖之差值的平方。
- (3) 若計算之差值的平方小於 t ，則降低訊雜比之值然後重複 (2)，若無法有小於 t 的情況，則前一次小於 t 時所對應之階層分佈對即為我們所要的結果。

利用上述的演算法，就可以找到與時空頻三維碼搭配為最佳效能的低密度位元檢測碼之階層分佈對。有了階層分佈對後，在依此分佈對隨機搜尋 (Random Search) 位元檢測矩陣，分別計算與時空頻三維碼搭配的編碼效能，最佳效能所對應的位元檢測矩陣和時空頻三維碼就為我們所設計的時空頻低密度位元檢測碼。

4.4 電腦模擬

經由 4.3 節的演算法，我們找到了符合的階層分佈對，階層分佈對數學式為

$$\lambda(x) = 0.45x + 0.45x^2 + 0.1x^3, \quad \rho(x) = x^4。$$

其所對應的外部訊息傳遞圖為

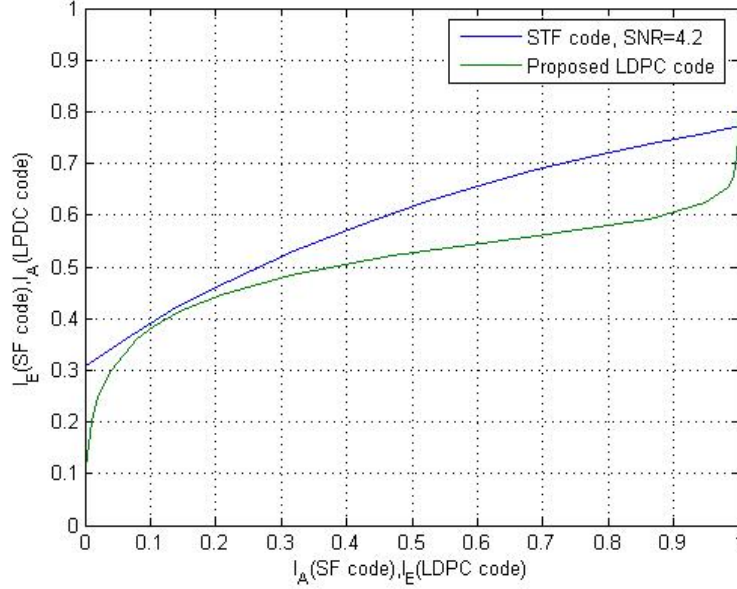


圖 4.9 提出的最佳階層分佈對之外部訊息傳遞圖

接下來為驗證此分佈對下時空頻低密度位元檢測碼的編碼效能，選擇的模擬環境為兩根傳送天線，子載波個數 $Q=128$ ，一個 OFDM 符元的頻寬設定為 800 kHz，傳輸時間為 $T=160\mu s$ ， $\Delta f=6.25$ kHz，並在每個 OFDM 符元前加入 $40\mu s$ 的循環字首。同時為了了解設計的時空頻低密度位元檢測碼效能優劣，也會與 4.3 節中所設為基準的碼作比較。

圖 4.10 為時空頻三維低密度位元檢測碼與時空頻三維碼在同一環境下的效能比較圖，並同時可以發現當解碼的疊代次數增加時，我們可以得到更好的效能，這點可以說明疊代解碼演算法在系統中有發揮效用。當不疊代解碼的情況下，時空頻三維低密度位元檢測碼的效能在錯誤率 10^{-4} 時就比時空頻三維碼好了將近 10dB，當疊代次數增加到 5 次的時候，效能可以好將近 12dB，當疊代次數持續增加，雖有更好的效能表現，但以模擬的結果來看改善的效果會有極限。

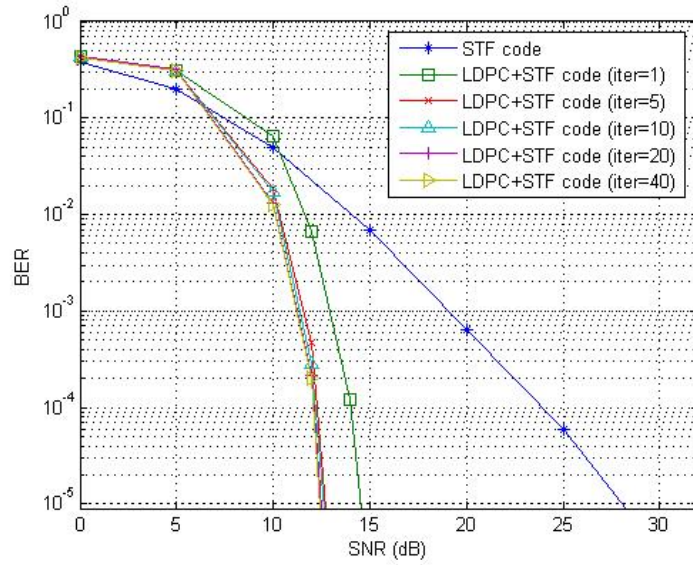


圖 4.10 為時空頻三維低密度位元檢測碼與時空頻三維碼效能比較圖

圖 4.11 為接收天線數 1 下時空頻碼與 Mackay 碼串接之碼以及我們所設計的時空頻低密度位元檢測碼效能比較圖。由圖中可以發現，我們所設計的時空頻低密度位元檢測碼擁有較佳的效能，在錯誤率 10^{-6} 時有將近 2dB 的改善效果。

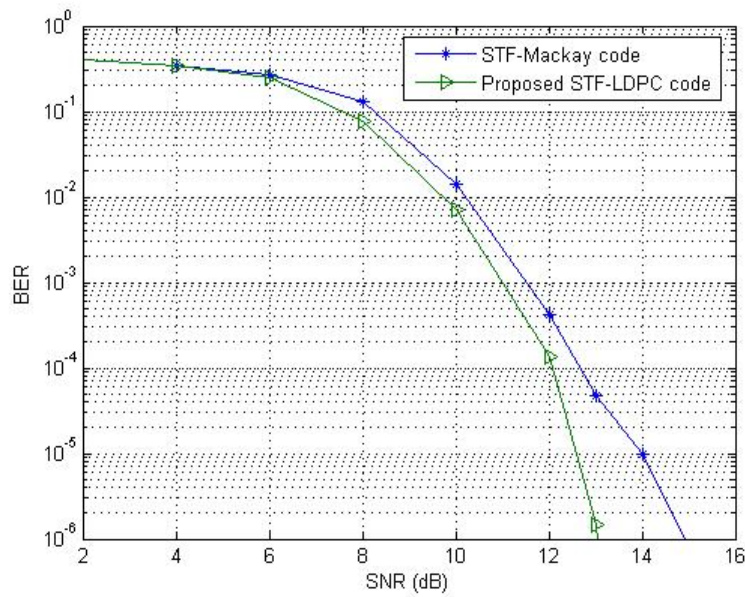


圖 4.11 為接收天線數 1 下時空頻低密度位元檢測碼效能比較圖

圖 4.12 為多根天線下時空頻碼與 Mackay 碼串接之碼以及我們所設計的時空頻低密度位元檢測碼效能比較圖。可以觀察到多根天線下，我們所設計的時空頻低密度位元檢測碼都有較好的效能。

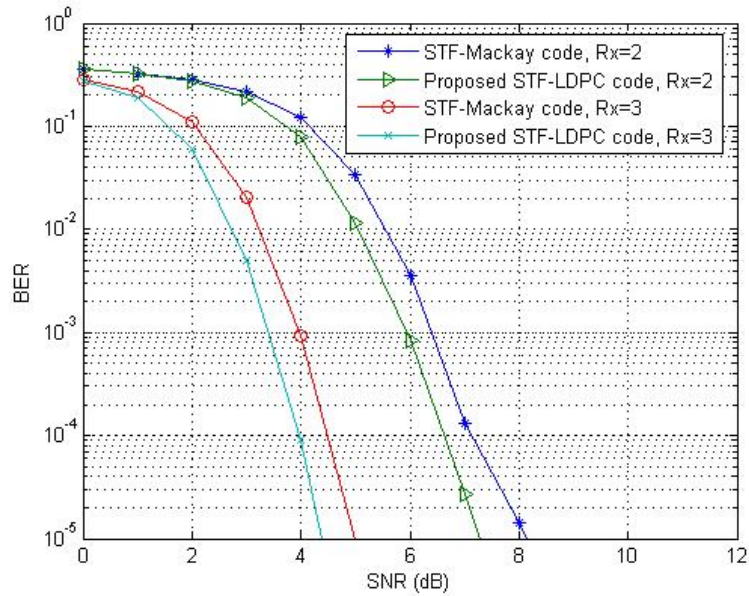


圖 4.12 為多根天線下時空頻低密度位元檢測碼效能比較圖

圖 4.13 為不同接收天線數下，時空頻三維碼與時空頻低密度位元檢測碼之效能比較圖，我們可以發現不管在接受天線數為多少的情況下均有改善的效果。在接收天線數為 1 的情況下，於錯誤率 10^{-4} 時改善了 10B，接收天線為 2 時改善了 6dB 左右，接收天線數 3 時改善了 3dB 左右。同時我們可以發現，在越高 SNR 的情況下，改善的幅度會更大。

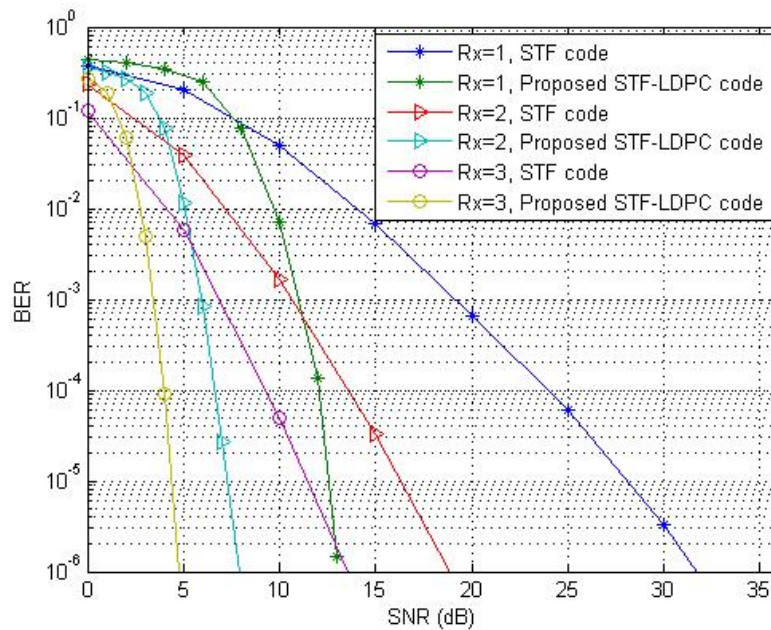


圖 4.13 不同接收天線數下時空頻三維碼與時空頻低密度位元檢測碼效能比較圖

圖 4.14 也是不同接收天線數下，時空頻三維碼與時空頻低密度位元檢測碼之效能比較圖，不過在此看的是碼框錯誤率 (Frame Error Rate, FER)。同樣地，

不管在接收天線數為多少的情況下都會有改善的效果。不過可以發現接收天線數為 1 的時空頻位元檢測碼其效能比接收天線數 2 的時空頻碼來的好，所以如果當硬體的架構沒辦法有太多接收天線的情況，就可以考慮使用時空頻低密度位元檢測碼來作為系統的架構，但相對地，會付出計算複雜度的代價。

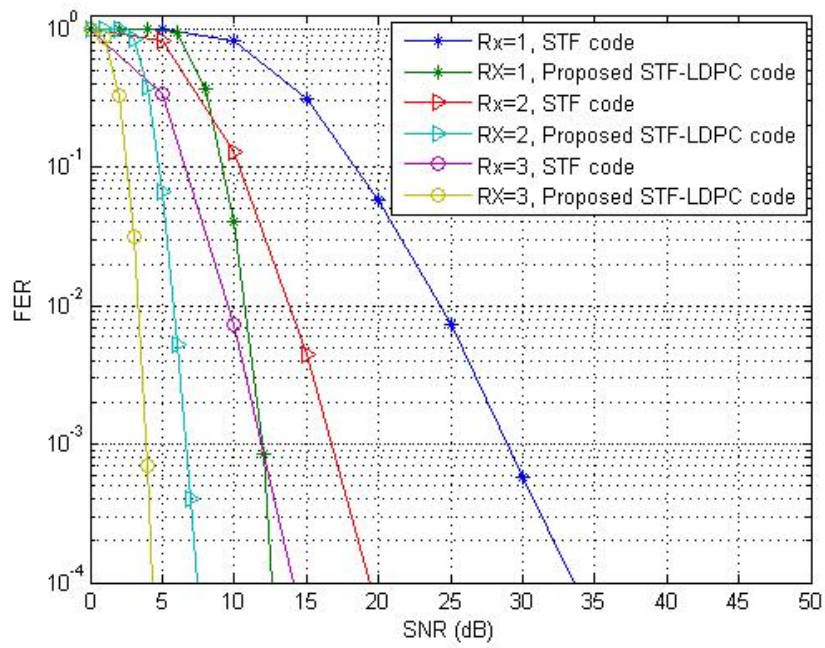


圖 4.14 不同接收天線數下，時空頻三維碼與時空頻低密度位元檢測碼之碼框錯誤率比較圖

第五章 結論

在本計劃中，第一年我們針對多重輸入正交分頻多工系統下設計最佳效能之時空頻三維碼，所得之時空頻三維碼可在空間、時域、頻域獲得最佳分集增益以提升系統傳輸品質；同時我們也提出低搜尋複雜度的次佳效能之時空頻三維碼。此外，在高效能時空頻三維碼的基礎下，融合降低峰均功率比技術之概念，設計出低峰均功率比時空頻三維碼。從模擬中可以觀察得到，我們所提出的時空頻三維碼效能比文獻中所提出之碼更好；在多延遲路徑情況下，時空頻三維碼可以得到頻域上之分集增益，隨延遲路徑增加位元錯誤率降低，而在延遲時間的比較上，時空頻三維碼的效能隨延遲時間拉長而增加。我們提出的低峰均功率比時空頻三維碼，在子載波數為 64 及機率 10^{-5} 的情況下就有將近 4dB 的降低量，同時我們的降低效果和選擇性映射方法使用 8 個候選序列的情況相近，但選擇性映射使用 8 個候選序列的情況會造成系統的複雜度增加很大，而我們的方法不會增加複雜度。另外，我們在降低峰均功率比的同時也保證我們的錯誤率不會變差。若系統要求極低的峰均功率比，可以將我們提出的方法加上以往的降低方法來達到這樣的要求，由模擬也可以看到這樣做是有效果而且可行的。

在第二年的計劃裡，我們將第一年計劃設計完成的低峰均功率比時空頻三維碼做為基礎並與低密度位元檢測碼結合，整合設計出時空頻三維低密度位元檢測碼。整合設計後的效能比時空頻三維碼大幅提升許多，並且可隨解碼疊代次數增加而有更好的效果。同時，我們將設計的時空頻低密度位元檢測碼與目前最佳的低密度位元檢測碼串接時空頻碼的效能相比，也都有更好的效能表現。此外，在不同接收天線的環境下也都有效能改善的情況。最後，由模擬結果可說明此時空頻低密度位元檢測碼適合於高速無線多媒體傳輸之通道編碼系統。

参考文献

1. R. W. Chang, "Synthesis of band-limited orthogonal signals for multi-channel data transmission," *Bell System Tech. J.*, vol. 45, pp. 1775-1796, Dec. 1966.
2. L. J. Cimini, Jr., "Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-33, no.7, pp. 665-75, July 1985.
3. R. V. Nee and R. Prasad, *OFDM for Wireless Multimedia Communications*, Artech House, 2000.
4. A. R. S. Bahai and B. R. Saltzberg, *Multi-Carrier Digital Communications: Theory and Applications of OFDM*, Kluwer Academic/Plenum Publishers, 1999.
5. S. Hara and R. Prasad, "An overview of multicarrier CDMA," *IEEE Commun. Mag.*, pp. 126-133, Dec. 1997.
6. S. Kondo and L. B. Milstein, "Performance of multicarrier DS CDMA systems," *IEEE Trans. Commun.*, pp. 238-246, Mar. 1996.
7. D. J. C. Mackay and R. M. Neal, "Good codes based on very sparse matrices," in *Cryptography and Coding 5th IMA Conf.*, C. Boyd, Ed., *Lecture Notes in Computer Science*, no. 1025. Berlin, Germany, Springer, 1995, pp. 100-111.
8. R. Gallager, "Low-density parity-check codes," *IRE Trans. Inform. Theory*, vol. 7, Jan. 1962, pp. 21-28.
9. T. Richardson and R. Urbanke, "The capacity of low-density parity check codes under message-passing decoding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, Feb. 2001, pp. 599-618.
10. T. Richardson, A. Shokrollahi, and R. Urbanke, "Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, Feb. 2001, pp. 619-37.
11. S. Chung *et al.*, "On the design of low-density parity-check codes within 0.0045 db of the Shannon Limit," *IEEE Commun. Lett.*, col. 5, Feb. 2001, pp. 58-60.
12. F. Kschischang, B. Frey, and H.-A. Loeliger, "Factor graphs and the sum-product algorithm," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, Feb. 2001, pp. 498-519.
13. V. Zyablov and M. Pinsker, "Estimation of the error-correction complexity of Gallager low-density codes," *Problemy Peredachi Informatsii*, vol. 11, Jan. 1975, pp. 23-26.
14. T. Richardson and R. Urbanke, "Efficient encoding of low-density parity-check codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, Feb. 2001, pp. 638-656.

15. G. J. Foschini and M. J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas," *Wireless Personal Commun.*, vol. 6, pp.311-335, 1998.
16. E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *Eur. Trans. Telecommun.*, vol. 10, no. 6, Nov./Dec. 1999, pp. 585-595.
17. G. Foschihi, "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas," *Bell Labs Technical Journal*, pp. 41-59, Autumn 1996,.
18. G. D. Golden, G. J. Foschini, R. A. Valenzuela, and P. W. Wolniansky, "Detection algorithm and initial laboratory results using the V-BLAST space-time communication architecture," *Electron. Lett.*, vol. 35, no. 1, pp.14-15, Jan. 1999.
19. V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, pp. 744-765, Mar. 1999.
20. V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion in the presence of channel estimation errors, mobility, and multiple paths," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pp. 199-207, Feb. 1999.
21. S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol.16, pp. 1451-1458, Oct. 1998.
22. V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block coding for wireless communications: performance results," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 17, pp. 451-460, Mar. 1999.
23. V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block coding from orthogonal designs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, pp. 1456-1467, July 1999.
24. H. Jafarkhani, "A quasi-orthogonal space-time block code," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, pp. 1-4, Jan. 2001.
25. D. Agrawal, V. Tarokh, A. Naguib, and N. Seshadri, "Space-time coded OFDM for high data-rate wireless communication over wideband channels," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf.*, Ottawa, Canada, May 1998, pp. 2232-2236.
26. H. Bolcskei and A. J. Paulraj, "Space-frequency coded broadband OFDM systems," in *Proc. IEEE Wireless Commun. and Networking Conf.*, Chicago, IL, 2000, pp. 1-6.
27. H. Bolcskei and A. J. Paulraj, "Space-frequency codes for broadband fading channels," in *Proc. IEEE Int. Symp. Inform. Theory*, Washington DC, 2001, pp. 219.
28. B. Lu and X. Wang, "Space-time code design in OFDM systems," in *Proc. IEEE*

Global Telecommun. Conf., San Francisco, CA, 2000, pp.1000-1004.

29. L. Shao, S. Roy, and S. Sandhu, "Rate-one space frequency block codes with maximum diversity gain for MIMO-OFDM," in *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf.*, Dec. 2003, vol. 2, pp. 809-813.
30. L. Shao and S. Sandhu, "Rate-one space-frequency block codes with maximum diversity for MIMO-OFDM," in *Proc. Trans. IEEE Wireless Commun.*, July 2005, vol. 4, pp. 1674–1687.
31. X. Li and L. Cimini, "Effects of clipping and filtering on the performance of OFDM," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 2, no. 5, pp.131-133, May 1998.
32. R. O'Neill and L. Lopes, "Envelope variations and spectral splatter in clipped multicarrier signals," in *Proc. Personal, Indoor and Mobile Radio Commun.*, Toronto, Canada, Sept. 1995, pp.71-75.
33. T. A. Wilkinson and A. E. Jones, "Minimization of peak-to-mean envelope power ratio of multicarrier transmission schemes by blocking coding," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf.*, Chicago, IL, July 1995, pp.825-829.
34. R. Bauml, R. Fischer, and J. Huber, "Reducing the peak-to-average power ratio of multicarrier modulation by selected mapping," *Electron. Lett.*, vol. 32, no. 22, pp. 2056-2057, Oct. 1996.
35. S. H. Muller and J. B. Huber, "OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences," *Electron. Lett.*, vol. 33, no. 5, pp.368-369, Feb. 1997.
36. S. H. Muller, R. W. Bauml, R. Fischer, and J. B. Huber, "OFDM with reduced peak-to-average power ratio by multiple signal representation," *Annals of Telecommun.*, vol. 52, no. 1-2, pp.55-67, Feb. 1997.
37. G. D. Forney, Jr. "Trellis shaping," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 38, no. 2, pp.281-300, March 1992.
38. H. Reddy and T. M. Duman, "Space-time coded OFDM with low PAPR," in *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf.*, pp.799-803.
39. H. Lee, D. N. Liu, W. Zhu, and M. P. Fitz, "Peak power reduction using a unitary rotation in multiple transmit antennas," in *Proc. IEEE Commun. Conf.*, Seoul, South Korea, May 2005, pp.2407-2411.
40. V. Tarkh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank; "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction," in *IEEE Trans. Inform. Theory*, pp.744-765 vol. 44, March 1998.
41. S. Baro, G. Bauch, and A. Hansmann; "Improved codes for space-time trellis coded modulation," in *IEEE Commun. Lett.*, pp.20-22 vol. 4, Jan. 2000.
42. M. Tuechler and J. Hagenauer, "EXIT charts and irregular codes," in *Proc. Information Sciences and Systems Conf.*, Princeton, NJ, Mar. 2002, pp. 748–753.

- 43. <http://www.inference.phy.cam.ac.uk/mackay/>
- 44. M. Luby, M. Mitzenmacher, M. A. Shokrollahi, D. A. Spielman, and V. Stemann, "Practical loss-resilient codes," in *Proc. 29th Annu. ACM Symp. Theory of Computing*, 1997, pp. 150-159