

數學「閒話」——如何化簡微分記號

• 電工78級 / 田銘莒

數學者，科學之女王也；論其應用領域之廣袤，當首推微積分。談到微積分，實令吾人既愛且恨。愛之者乃用為定量演算之鎖匙，啓迪大學數學之敲門磚；恨之者乃其運算記號不勝其繁也。事實上微積分歷經三百年發展，迄今已成為精密科學不可或缺之運算工具，其重要地位無可取代。科學家從事微積分之冗長運算時，如果能使記號作適度化簡，不但可減少列式篇幅，勿使過長，更可避免因記號書寫過於複雜而衍生許多無謂錯誤。

吾人以為欲化簡微分記號，而使其所代表運算意義仍然保持不變，則吾人必須建立運算記號之轉換規則，此話說來雖難而易。微分記號轉換規則可試驗如是：吾人欲對一函數進行微分運算時，自變數符號可改置於函數符號左下角，且用較小字體表示即可。

設函數 F 為自變數 x 之可微分函數，微分算式可寫作 $\frac{dF}{dx} = {}_x F$

以 Newtonian mechanics 力學為例，通常以符號 a 表加速度，以符號 v 表速度，以符號 t 表時間，微分算式可寫作 $a = \frac{dv}{dt} = {}_t v$

解題遇多重微分時，其記號轉換方式亦可類推而得。以二重微分而言，設函數 G 為自變數 x 與自變數 y 之可微分函數，微分算式可寫作 $\frac{d}{dy} \frac{dG}{dx} = \frac{d^2 G}{dydx} = {}_{yx} G$

以三重微分而言，設函數 H 為自變數 x 、 y 、 z 之可微分函數，微分算式可寫

作 $\frac{d}{dz} \frac{d}{dy} \frac{dH}{dx} = \frac{d^3 H}{dzdydx} = {}_{zyx} H$

• 校友投稿

若函數 F 之導函數在自變數 x 之值點 p 為連續，則吾人欲求取函數 F 在自變數

$$x = p \text{ 點之導函數值，微分算式可寫作 } \left. \frac{dF}{dx} \right|_{x=p} = \left. \frac{dF}{dx} \right|_{x=p}$$

至於積分記號之化簡，其轉換規則亦相類似。吾人欲對一函數進行積分運算時，自變數符號可改置於函數符號左上角，且用較小字體表示即可。設函數 E 為

$$\text{自變數 } x \text{ 之函數，積分算式可寫作 } \int E dx = {}^x E$$

總而言之，微積分經此記號化簡，外觀固然有所變化，唯運算意義不變，數學本質依舊；雖然如此，記號化簡並不代表運算過程有所化簡，不過是書寫與識別之習慣加以變換而已。正是算式繁者宜多所化簡，使繁少簡多，記號轉換靈活自如，以利學者動筆運算，進而圖演算之便也。

溪畔

• 沈洪燾

溪畔看流水
載花去不還
願花能告我
何處是仙山

