

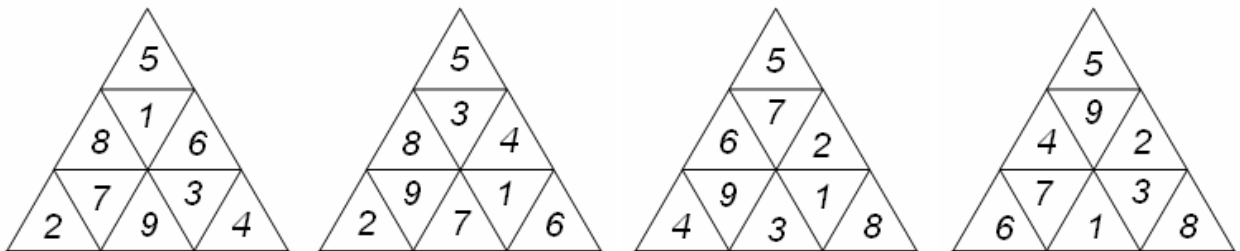


數學閒話—玩玩看魔術金字塔

文·圖 田銘茗

西洋 哲學家認為「萬物皆數焉」，魔方陣正是體現了此類數的趣味而歷久不衰。魔方陣的數字組合很巧妙，各行各列與交叉對角線之數字和均相等。三角形魔陣也很好玩，只是數字加總的方向不太一樣而已。今年適逢豬年，歲次丁亥，豬在十二生肖之中素以財運亨通而著稱；你想當個富翁，不拱拱豬怎麼可以呢？

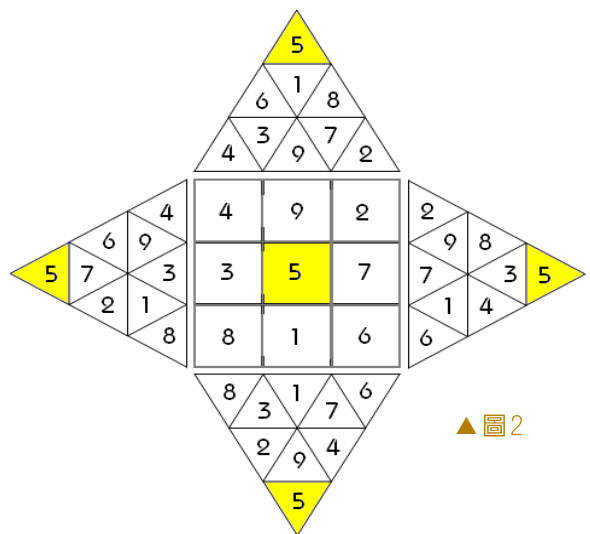
之前咱們模仿魔方陣來試玩三角形魔陣，可知三階三角形魔陣跟三階魔方陣一樣，都是由9個格子所組成的。其中每個小正三角形是一個格子，必須填入一個1到9的數字，不可重複。而三階三角形魔陣的數字條件是每個邊和每個高上的三個格子，其數字和必須都是15。刪掉經過旋轉與翻轉可得到的相同構造，吾人可以找到下列四種三階三角形魔陣，如圖一。



▲圖1

平面的魔陣答案既然知道了，立體的玩法又是如何呢？且看三角形魔陣那粽子似的好笑模樣，不由得使我想起了巨石堆積的金字塔，也許立體的玩法可以嘗試模仿金字塔吧！我本來是想把四種三階三角形魔陣組合成一個正四面體，可是這樣子組合所得的答案並沒有數字趣味可言。不過俺如果把三階魔方陣也搬進來一併湊合湊合，情況便不一樣了。

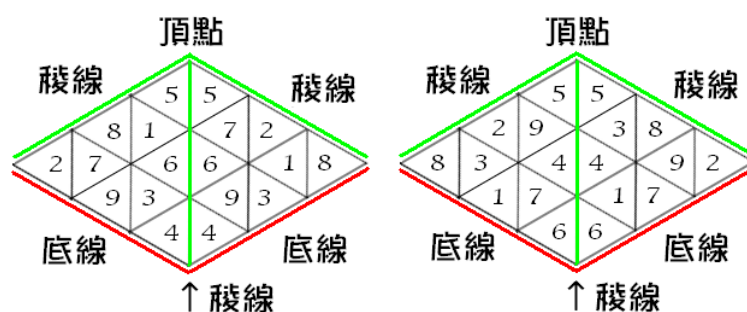
吾人可以三階魔方陣為此金字塔之底面，四種三階三角形魔陣各當成一側面，形成一個四角錐的樣子，其外觀適如一座金字塔。



▲圖2

以三角形魔陣組合金字塔時須注意，數字排列相同的兩個邊邊纔可互相銜接，亦即銜接處的數字必須與隔壁格子的數字相同。一個三階魔陣與四種三階三角形魔陣便可組成一個三階金字塔，圖二是此魔術金字塔的平面展示。在此「魔術」意謂符合魔方陣規則之整數算術，而不是魔術師用絲巾把鴿子變有、兔子變沒有的神奇把戲。

圖三是從兩個相反方向觀看三階金字塔，將俯瞰圖展平而成，以數字5匯聚之頂點居上。此二圖之稜線可互相對照，底線則恰是三階魔方陣的邊邊。附帶值得一提的是，咱們使用兩個同樣的四角錐形金字塔，使其底面對底面粘在一起，等於把底面當作是一面鏡子，即可變出一個正



▲圖3

八面體。如果這兩個金字塔的各表面都設有三階三角形魔陣，而且每個邊邊的數字排列互相對應，則可鏡射而形成魔術八面體。

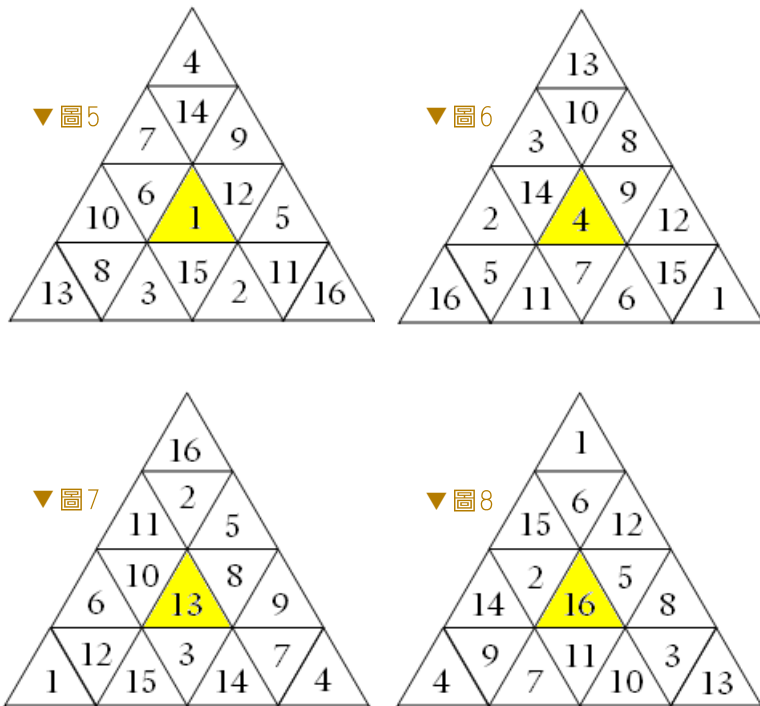
接下來咱們可以猜猜看，魔術金字塔能不能坐三望四，有樣學樣呢？四階三角形魔陣是否可以比照三階的辦法，也來組成一座金字塔呢？俺先得找出一個適當的四階魔陣，參考適當的數字組合再說。十六世紀的大畫家丟勒，或稱杜勒(原文Dürer，唸作ㄉㄨㄛˋㄟㄨㄛˊㄟㄨㄛˊㄟㄨㄛˊ)，曾經畫出一個很神奇的四階魔陣，在此我便拿來照抄借用一下，如圖四。

| | | | |
|----|----|----|----|
| 16 | 3 | 2 | 13 |
| 5 | 10 | 11 | 8 |
| 9 | 6 | 7 | 12 |
| 4 | 15 | 14 | 1 |

▲圖4

吾人先以此四階魔陣為數字組合之基準，看能不能順利列出四階三角形魔陣的四種答案？搞了許久，我能拼湊的答案如圖五、圖六、圖七、圖八。圖五的答案以1為中心數字。圖六的答案以4為中心數字。圖七的答案以13為中心數字。圖八的答案以16為中心數字。我想以中心數字來說明，會比較好區別這些四階三角形魔陣。

我想偷個懶，便直接以拼湊三階金字塔的辦法，類推到嘗試組成四階金字塔，會怎麼樣呢？吾人可以四階魔陣為此金字塔之底面，四階三角形魔陣四種各當成一側面，形成一個四角錐的樣子，怎知如此隨即觸礁了！以三角形魔陣組合金字塔時須注意，數字排列相同的兩個邊邊纔可互相銜接，亦即銜接處的數字必須與隔壁的格子數字相同。可是使用原來的四階魔陣和四個四階三角形魔陣，無論怎麼嘗試，我都沒辦法使數字排列相同的邊邊互相銜接，所以無法構成四階金字塔。



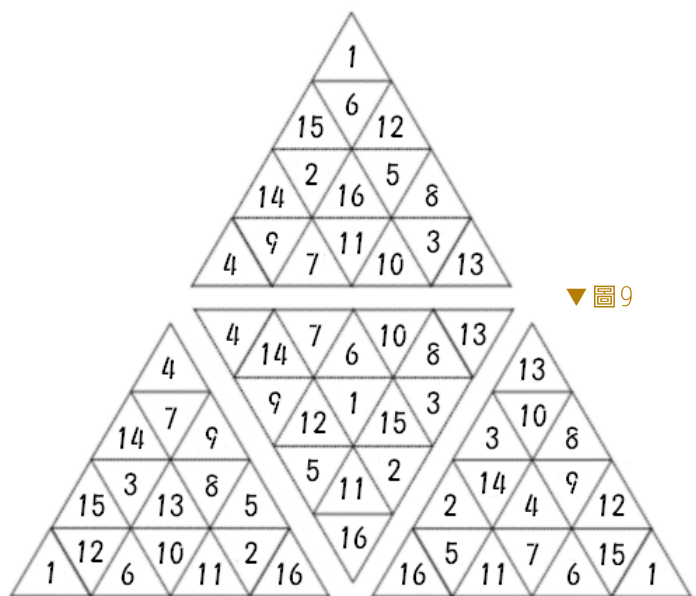
可先別洩氣喔！立體化想想看，其實四個同樣大小的正三角形即可組成正四面體，所以四個四階三角形魔陣即可組成四階金字塔了，而且數字排列相同的邊邊能夠互相銜接。雖然此正四面體沒有正方形底面，至少側面投影也像一座金字塔，無妨也稱之為魔術金字塔吧！因為這樣是在空間中立體組合，隨便三角形魔陣怎樣翻轉、旋轉都無所謂，可以組成成功便是了。圖五、圖六、圖七、圖八共有四個四階三角形魔陣，經過必要的翻轉、旋轉，使數字排列相同的邊邊互

相銜接後，即可得到夢寐以求的四階金字塔了。圖九與圖十為此魔術金字塔的兩種平面展開圖。

圖十一是此四階金字塔從兩個相反方向觀看的側面圖，將之展平而成；此圖以數字 1 的匯聚頂點居上。此二圖之稜線、底線可以互相對應。

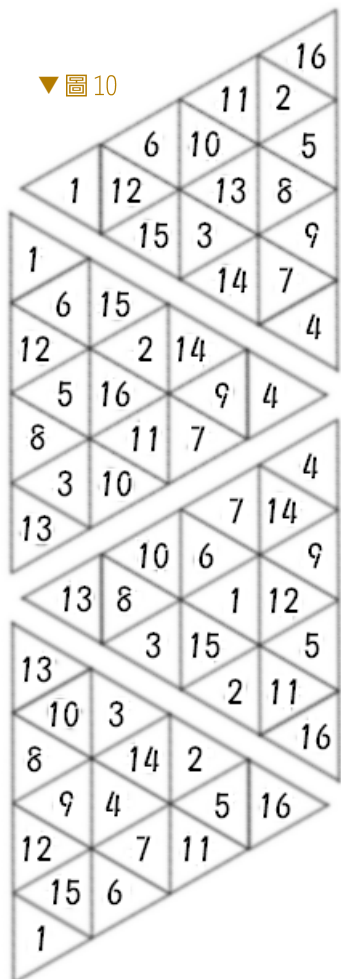
嗯！所以三階金字塔是個四角錐，四階金字塔卻是個三角錐。這可有點兒玄了，本來俺想運用三角形魔陣來組成正四面體，三階時此辦法試過行不通，提昇到四階時再度嘗試嘗試，沒想到反而是可以做到呢！我想這便是無意之間，在沙灘上散散步而找到一塊艷麗貝殼的樂趣吧？

咱們回頭仔細看看圖二，三階魔陣的中心數字是 5。如果視線從數字 5 的匯聚頂點穿過三階金字塔內部



▼圖9

▼圖10

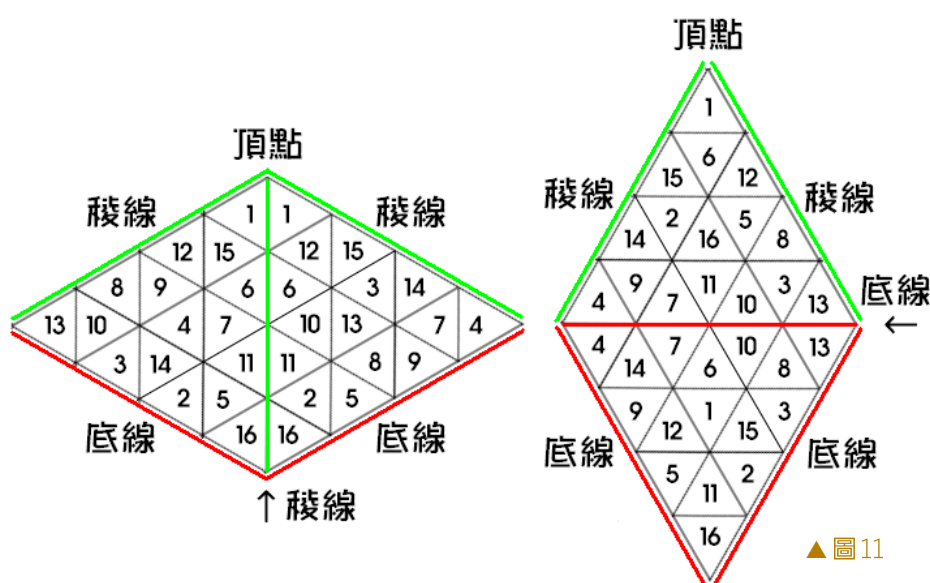


之空間中心，可以發現相對面的中心數字跟原來的頂點數字是一樣的。而每個四階三角形魔陣都各有一個中心數字，如果視線從其中某一頂點穿過四階金字塔內部之空間中心，可以發現相對面的中心數字跟原來的頂點數字是一樣的，如此可謂一陰一陽，遙相呼應。

總而言之，能使用一片魔方陣、四片三角形魔陣，或單獨使用四片三角形魔陣為表面構造而組成的角錐形體，便可稱作魔術金字塔。以三角形魔陣組建金字塔時須注意，數字排列相同的兩個邊邊纔可互相銜接，亦即銜接處的數字必須與隔壁的格子數字相同。三角形魔陣如此這般，倒是令我想起了十六格的三角形數獨，乃是以數字1、2、3、4組成，也可以使其邊邊數字排列互相對應，進而立體操作一番，組成一座數獨金字塔，此方式實亦類似四階三角形魔陣之四片拼湊方式。請列位看官不妨自行試試看。限於篇幅，茲不贅述。

魔陣雖玄，蓋之有術。無論魔術金字塔、魔術八面體，或是數獨金字塔，這些個形與數的組合無非是表達均衡的意義。人性便包含了三個部分—慾性、感性、理性；健康其實即是此三者的均衡與協調。閒暇時玩一玩數獨或魔術，聽一聽音樂，

或許對人性的平衡與運動有些調劑的功效呢！今年恰好是數學家皇帝尤拉，或稱歐拉（原文Euler，唸作ㄉㄞㄟㄌㄞㄝ），三百週年誕辰，謹以是文為之紀念。友聲



▲圖11