

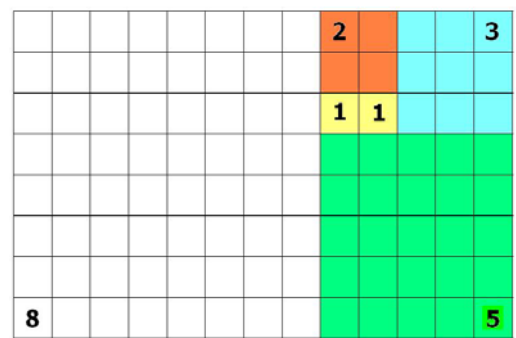
# 數學閒話—玩玩看兔寶寶數列

文／圖·田銘茗

今年適逢閏年，歲次戊子，生肖屬鼠，鼠類盛行，何其多也！舉凡家鼠、地鼠、松鼠、旅鼠、飛鼠、袋鼠等等，品種繁多，鼠不勝數。鼠可諧音為數，而說唱藝術之數來寶者，亦可轉變為鼠來寶乎！鼠來寶，新年好，你亮燈，我放炮。數來寶可是一段趣味化的輕鬆口語，音節長短變化，腔調抑揚頓挫，輔以響板節奏，寓意平安吉祥，以述故事，妙不可言。

數學之數來寶者，自當屬數列無疑焉。數列為數字之排列，玩家設定首項與產生以後各項之既定規則，按部就班，層出不窮，可以顯示奇妙的遞迴關係。數列各數字當然有其順序，後項必然要依循前項而變化。自然數即是最基本的數列，也是從無到有，然後漸漸遞增。且看俺來一段數來寶：「自然數，從零始；一二三，四五六，七八九，十進位；十而百，百而千；千而萬，萬萬億；萬億兆，萬兆京；萬京垓，萬垓秭；萬秭穰，萬穰溝；萬溝澗，萬澗正；萬正載，遂無窮。」自然數是數論的基礎，持續發展又有負數、分數、小數、實數、虛數等等，正是有理可致無理，由量變而質變，箇中巧妙，深奧難述。蓋算術者，算法之往復焉。苟欲求學海寶藏之多少者，豈可無數一數二哉！

在各式各樣的數列中，兔寶寶數列可說是其中的佼佼者，顯得特別有趣，以下均簡稱為兔子數列（註）。以兔子數列而言，前面兩項都是1，從第三項起，每一項等於往前二項相加之和。設自然數 $m$ ，記號 $R(m)$ 表示兔子數列各項，亦即 $R(1) = 1$ ， $R(2) = 1$ 。自然數 $m$ 大於或等於3時，可得遞迴關係式： $R(m-2) + R(m-1) = R(m)$ 。兔子數列逐項寫出便是1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、89、144、233、377、610、987、...等等；此數列神奇之處在於蘊含自然界的奧妙機理，從各種植物的花葉圖案即可看出此間規律。而且兔子數列前後項的比值會逐項逼近於黃金分割哦！列位看官請看圖一，這張方格圖是我抄襲來的。兔子數列還可以當成正方形邊長，然後在平面上拼出螺旋方陣呢！



▲圖一

然而兔子數列的數字像滾雪球一樣，逐項愈滾愈大，無限制成長，沒有盡頭哇！我