

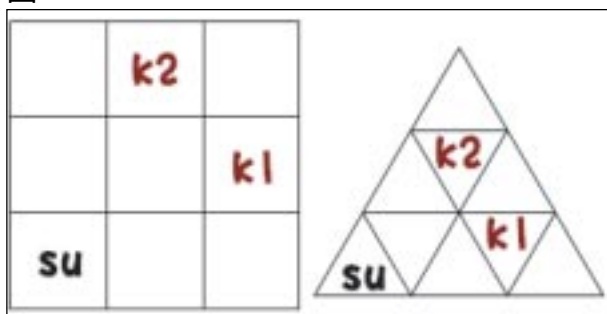
數學閒話—騎士逍遙遊你我她

文：田銘莒(電工 78 級)

在西洋文化史上，中世紀可以說是個黑暗時代，也是騎士與城堡的時代。現在看到的西洋棋遊戲，棋子便有兵卒、主教、騎士、城堡、皇后、國王，只差沒有王子與公主而已，可說深深打上了中古時代的烙印。然而玩家可以發現，不論皇后、國王，或是兵卒、主教、城堡，走法都是縱橫式行走，不然便是斜角式進退。騎士的走法則大不相同，或一格，或二格，而且縱向、橫向交互替換，正如象棋中的雙馬一般，使西洋棋的趣味增加不少。象棋裡還有砲呢！可惜西洋棋裡沒有出現砲，由此也可見其歷史之悠久了。

說到騎士的走法，更是娛樂數學的微妙把戲。如果玩家把騎士搬上跳棋的棋盤，三角形棋盤的騎士走法可以從正方形棋盤的騎士走法模仿而得。設起點記號su，落點記號k1 或 k2，如圖一。左邊的答案表示正方形棋盤的騎士走法，右邊的答案表示三角形棋盤的騎士走法。為便利區別起見，正方形棋盤的騎士走法可稱為騎士漫遊(knight's tour)，

圖一



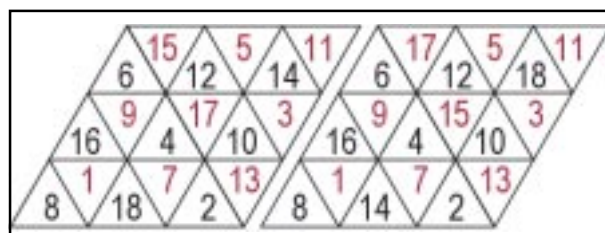
而三角形棋盤的騎士走法便稱為騎士逍遙遊(knight's trip)。

在娛樂數學中，玩家很喜歡探討的問題是，騎士按其既定走法，是否可以連續走完完全棋盤呢？至於棋盤是什麼形狀的呢？嘻嘻嘻嘻，沒規定的話不妨自個兒變吧！

使用三角形棋盤，令騎士行走看看，經過許多次圖畫試驗，我試過兩種走法可以剛好走完18格菱形，即菱形答案如圖二。按起點格、終點格之遠近為區別，左邊的答案可稱為相近菱形，右邊的答案便稱為相遠菱形。

且看圖二的菱形答案，玩家進一步比較彼此之間騎士走法的差異，可發現前十三步都相同，而後五步的順序有所更換，亦即第14、18步互相交換，第15、17步互相交換，第16步留在同樣位置。我本來以為不過如此，沒有別的答案了，後來想說相近菱形、相遠菱形的前十三步皆相同，之間差別只在後五步，那麼前五步是不是也可以更換順序，找出個替代方案呢？是有可能喔！

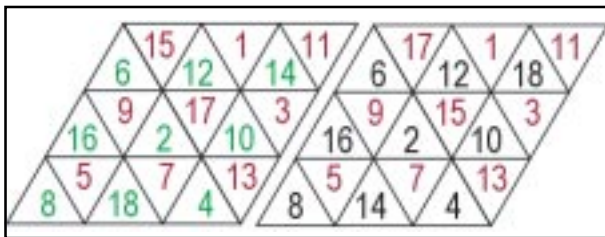
圖二



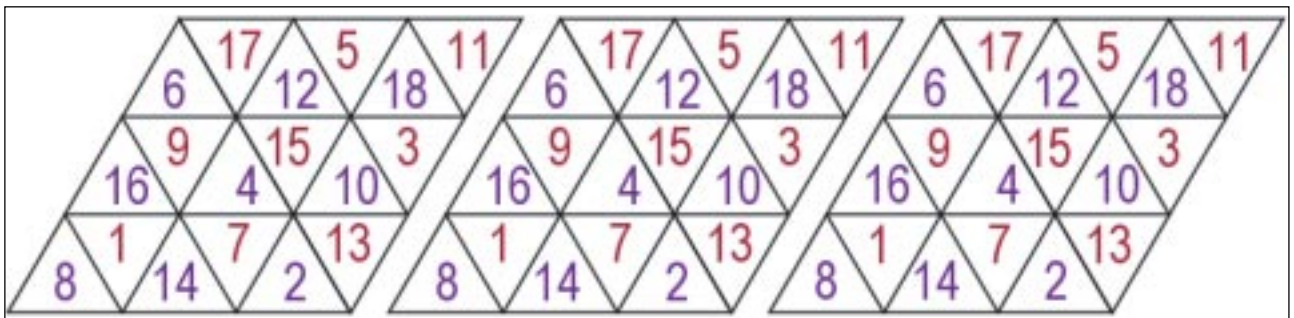
圖二左邊的答案是相近菱形，玩家把前五步更換次序，亦即第 1、5 步互相交換，第 2、4 步互相交換，第 3 步保持在原位，適可得出一個新構造的菱形答案，如圖三左邊的答案。此時玩家把此菱形答案的後五步變換次序，亦即第 14、18 步互相交換，第 15、17 步互相交換，第 16 步保持在原位，又可以回頭得到另一個相近菱形，如圖三右邊的答案。玩家拿此菱形答案去與圖二左邊的答案比較，也是個相近菱形，之間差別只是整個圖形旋轉 180 度，而且使騎士的行走順序顛倒而已。

接下來無妨換個方向來看看，玩家可以從圖三左邊的答案，以其短軸來個翻轉，可得圖四左邊的答案，是個同樣構造的菱形答案。然後玩家把前五步更換次序，亦即第 1、5 步互相交換，第 2、4 步互相交換，第 3 步保持在原位，並且把後五步更換次序，亦即第 14、18 步互相交換，第 15、17 步互相交換，第 16 步保持在原位，便可得到圖四右邊的答案。玩家拿此菱形答案去與圖二右

圖三



圖五



圖四



邊的答案比較，一樣是個相遠菱形，只是以短軸左右照鏡罷了。也可說是玩家把騎士的行走順序顛倒，而且以長軸做個翻轉而已。

仔細端詳圖三左邊的答案與圖四左邊的答案，以其特點來說，騎士行走的起點格、終點格都位於圖形之邊際，而且恰好是在相反的兩條邊邊上，想要取名稱呼的話，我想便稱為相反菱形好了。

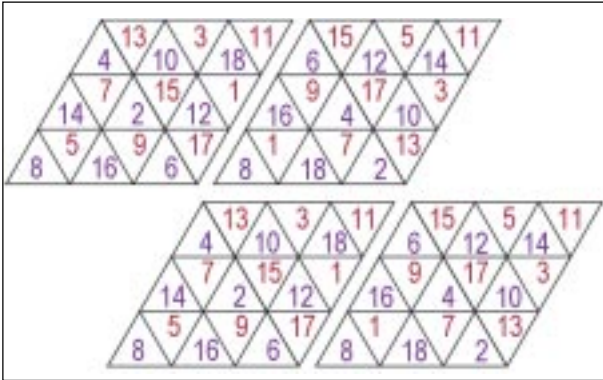
既然現今的騎士逍遙遊是從古典的騎士漫遊模仿而來的，是以中心問題還是老樣子啦！怎樣找元素，貼平面？玩家應該怎樣把鑲嵌板塊(mosaic plates)貼滿全平面呢？吾人若以相近菱形、相遠菱形、相反菱形三者為壁磚，調整其位置、方向，使騎士在起點格、終點格之行走相銜接，便可以使其貼滿全平面。如此騎士的行走便可以一片延續一片，像貼貼紙一樣，邊際不論的話，不會留下空格。理論是這樣，真的可行嗎？光說不練仍是不夠的，數學遊戲嘛，免不了玩世不恭，俺便試玩它兩下子吧！

圖五的答案是 three 相遠菱形拼湊成的，

因著起點格、終點格循環出現的規律，玩家如果把此圖左邊與右邊來個跨空連接，便可得到像筆筒或蛋糕盒一樣的環抱形狀了。請列位看官注意，這個答案是沒蓋子也沒底的唷！

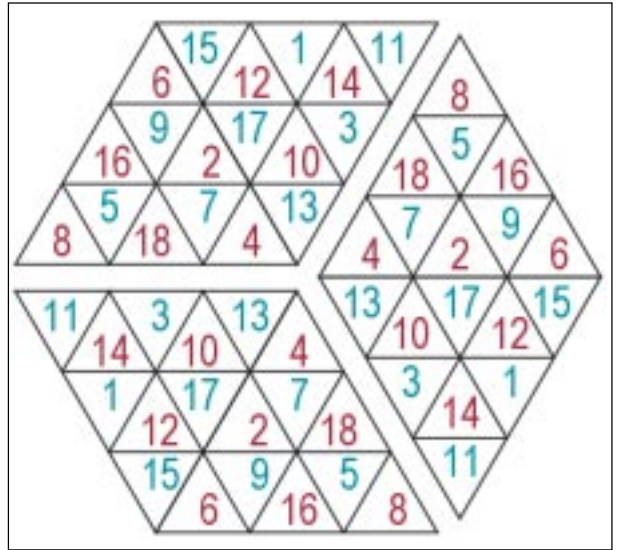
圖六的答案是四片相近菱形拼湊成的，使我感到驚訝的是，起點格、終點格好像折返跑一樣，傾斜連接成為一條線呢！

圖六

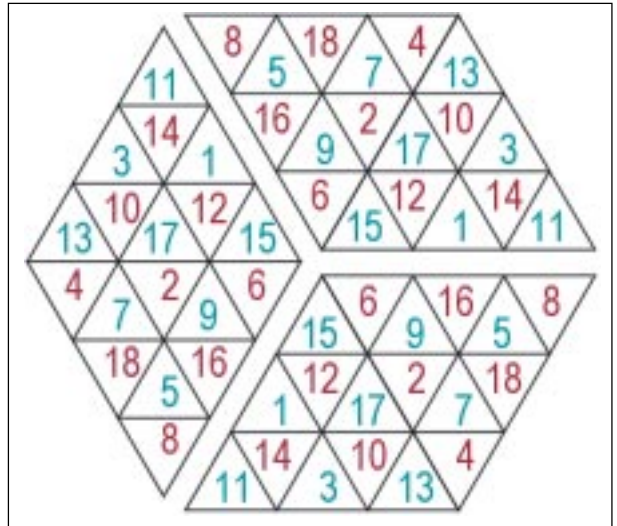


圖七的答案、圖八的答案都是三片相反菱形拼湊成的，感覺像是電風扇的螺旋槳，也類似電機機械提到三相感應電動機呢！圖七的答案裏，玩家把起點格放在邊際，終點格放在腹裡；圖八的答案裏，玩家把終點格

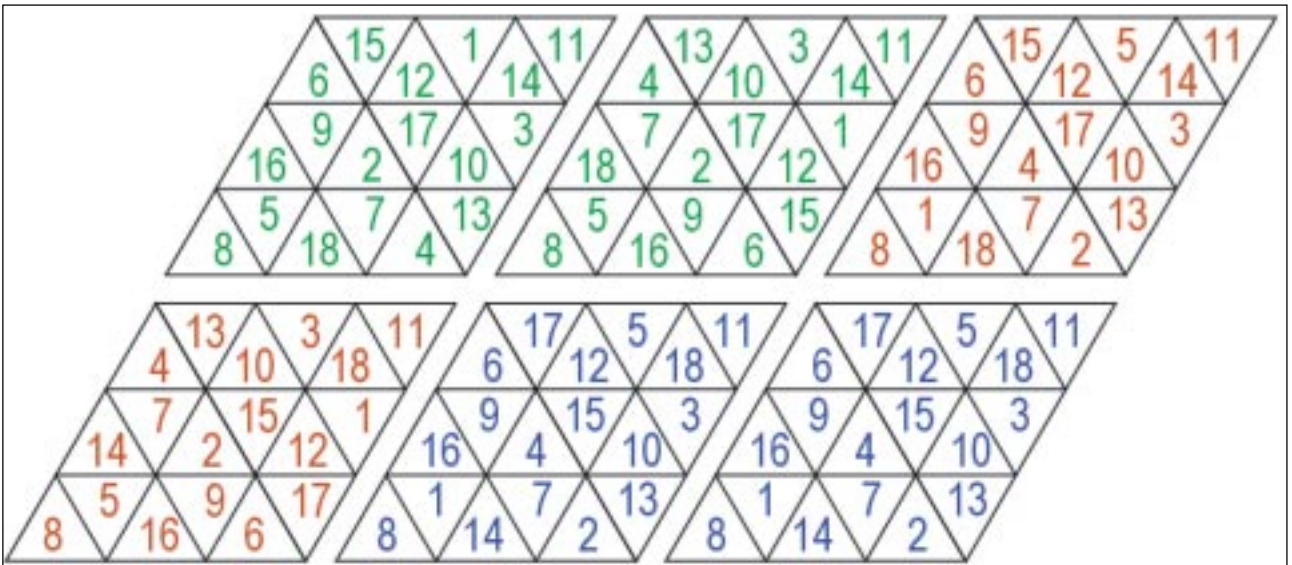
圖七



圖八



圖九

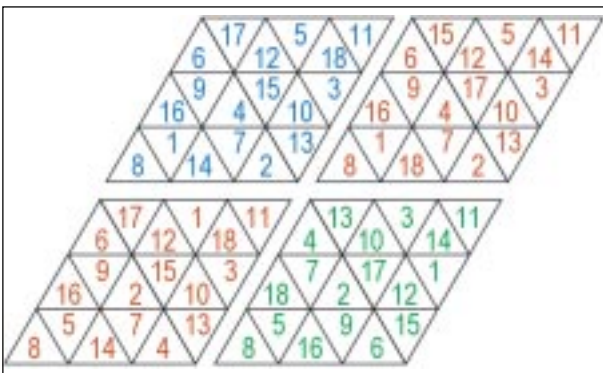


放在邊際，起點格放在腹裡。其實這兩個六邊形答案根本是一對相同構造。彼此的轉換方式是互相左右鏡射，並且顛倒騎士的行走次序而已。

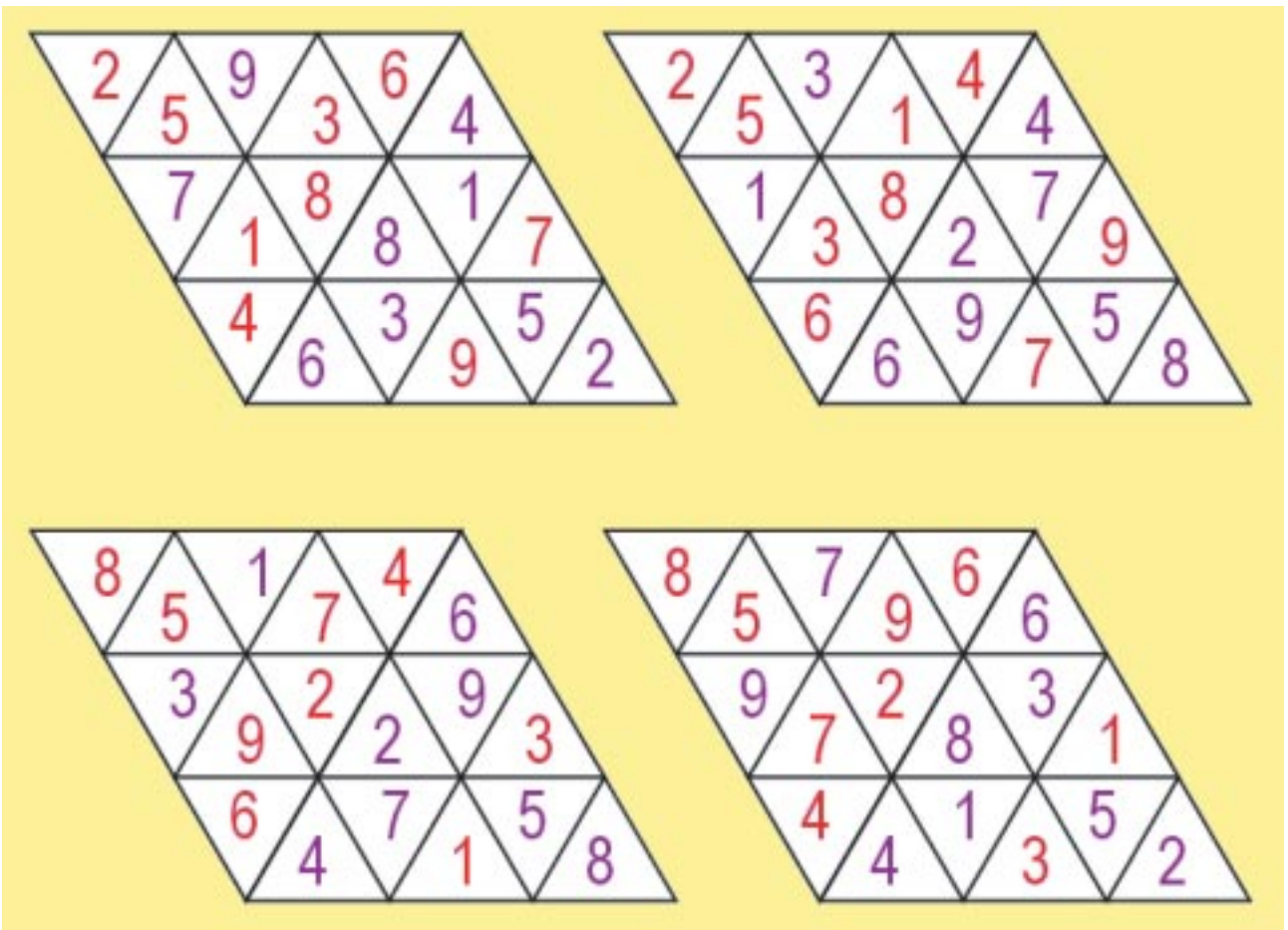
圖九的答案是以兩片相遠菱形、兩片相近菱形、兩片相反菱形拼湊而成的。圖十的答案是以兩片相近菱形，還有相反菱形、相

遠菱形各一片拼湊而成的。為何玩家想要用六片菱形或四片菱形拼成一塊平行四邊形呢？玩家是想使騎士的行走可以首尾銜接，自成迴路喔！如此騎士的行走一直兜圈子，轉動起來好像早期戰車的履帶一樣。所以，圖七的答案、圖八的答案、圖九的答案與圖十的答案都有起點格、終點格互相銜接的迴路特性，可以循環不已。

圖十



圖十一



請列位看官回頭看看圖三左邊的答案與圖四左邊的答案，不難看出，相反菱形也像相遠菱形一般，以其幾何中心來看，反向對稱的兩數字和都是 19，相近菱形則無此特性。簡單說，玩家可以從相近菱形、相遠菱形的比較中，動點手腳，設法使相反菱形現身。於是相近菱形在相遠菱形、相反菱形之間，其作用便有如轉換、緩衝的樞紐一般，

在玩家試圖貼滿平面時，是很好用的壁磚，也是不可少的元素。我想圖九的答案、圖十的答案便是如此組成的。

參照相遠菱形，我想相反菱形既然有如漩渦般的對稱感，那麼玩家把18步改成兩次9步，更可以看出箇中機巧啦！如圖十一。吾人可把1、2、3、4、5、6、7、8、9想成數字化小龍。圖十一左邊的答案，分別代表雙龍向心式、雙龍離心式。而右邊的答案則是藍數字龍與紅數字龍互相尾追角逐了。

列位看官想必知曉，數學並不是孤立無援的，姑且不論林林總總的自然科學、社會科學、藝術與文學，至少數學與哲學有相當深厚的淵源。起碼在古時候，哲學跟數學根本是不分家的，易經、太玄經都是典型的一體化傑作。此間三種菱形答案的關聯、轉換與拼湊，使我不由得想起了十九世紀的哲學家黑格爾(原文Hegel，讀作厂世ㄍ儿)，在其辯證法裏有「正題」、「反題」二說對立，統一可以得「合題」的方法。然而列位看官要是以為我懂辯證法的話，那我只好說聲么丕口一，真是抱歉！俺得承認，哲學書籍幾乎都是很難懂的，自己能看得懂幾句標題已是不錯啦！今年適逢虎年，所謂三人成虎，虎虎生風，我想或許擬人法的觀點，可以助我釐清有看、沒有懂的毛病呢！友聲

作者簡介

田銘莒，電工78級，退伍後求學於中山大學電機工程研究所，曾致力探討注音翻譯法，並對數學產生濃厚興趣。曾服務於鋼鐵業及工研院，目前從事敬業樂群、誨人不倦的教育工作。

君子九思

交大九思亭，
提醒大家君子九思。
學長，考考您！
還記得嗎？
校慶，
歡迎您回母校！！



交大友聲雜誌 編輯部(答案請見：P.139)