

玩玩看城堡折返跑

文／圖 田銘莒

八行八列格間黑白配，套路開局各自顯神通。
騎士躍進誘敵建功利，交叉掩護兵卒動機靈。
城堡平推斜刺總主教，縱橫全場局面優勢明。
八面玲瓏伺機出皇后，我武惟揚八面逞威風。
對戰不利君王入堡去，運策帷幄御駕可親征。
棄子吸引酣戰必殺技，兇子防守嚴密勢持平。
調虎離山做殺次底線，步步為營兵卒變高昇。
牽制阻塞好計雙捉妙，臨機應變堅持取成功。

話說大家日日工作之餘，總得鬆弛鬆弛，有些吃喝玩樂，休閒片刻，翻雜誌，聽聲樂，喝杯茶，下盤棋，乃是平常人性。我想許多人都玩過西洋棋，至少也知道西洋棋這個玩具吧！西洋棋與娛樂數學是很有關聯的，例如八皇后互不侵犯、騎士漫遊全棋盤、城堡巡迴全棋盤等，都是相當有名的趣味題。而各種棋子裏面的城堡，機能就像象棋裏的雙車一樣，依循直線、橫線而行，橫衝兼直撞，也是很能跑的。

延續騎士漫遊的思路，我想，城堡是否可以連續走過全棋盤呢？玩家若使城堡可以行走任意步數，只要不出邊界，想也知道城

堡可以連續走過全棋盤。那麼玩家怎樣會使城堡不可以沒規則而連續走過全棋盤呢？於是我想把城堡的行走步數來個嚴格限制，一定要達其極限纔能罷休。於是我假定此規則是可行的，接著還是要請城堡去實際走走看。

是以吾人假設、規定，城堡須遇到邊界或已有數字的格子纔可以停住，並且記下其次自然數，以表示其行走順序。如此城堡纔有確定的可行方向、步數、位置。然後城堡可以原方向返回或往左右轉向，以折返的方式繼續行程，直到玩家把所記的行走數填滿整個棋盤，或其他形式空白數陣的全部格子。

玩家使城堡往復縱橫行走與記錄順序數字，即行走數，並不斷填塞空格以完成整個棋盤的過程，在此我借用一下運動術語，稱為城堡折返跑(castle shuttle running)。此處我得做個辭彙辨正，城堡行走之步數是指玩家把城堡移動經過幾格，而行走數是代表起點、每次停頓、終點的行走順序，二者意義不同。行走數意謂城堡行走之第幾步，為連續自然數。

俗話說，萬事起頭難。數學遊戲嘛，玩家必須先從簡單的狀況開始練習，那些個困難的、幾乎不可能的任務呢？以後再去傷腦筋吧！在本文中，為方便比較城堡的走法起見，我一概採用九連方塊為練習用的空白數陣，即模擬棋盤。

圖1

1	3	5	7	9	8	6	4	2
2	4	6	8	9	7	5	3	1

我先考慮一條線形式的九連方塊，擺明一條鞭嘛，真是簡單！向左、向右交互行走，即可得到答案，如圖1。相信列位看官很容易看得出，這兩個鞭形答案其實是一對相同構造，互為左右鏡射罷了。

其次，鑒於三階魔方陣與九乘

九形式的數獨都愛用九宮格為單位，俺也拿來試試，經過嘗試錯誤，可得構造不同的答案，如圖2。請注意，左邊兩個九宮格是失敗的答案，各有殘留一格、二格，城堡無法完成行走，右邊兩個九宮格纔是成功的答案。

圖2

1	3	2	1	8	2
7		6	5	9	4
8	4	5	6	7	3

3		4	5	1	2
2	1		6	8	7
6	7	5	4	9	3

圖3

	8			
2	9	3		
6	7	5		
1		4		

		3	5	4
8	9	7		
	2	6	1	

圖3的答案是一種分層變化的九宮格，左邊的答案是中行的下面凹進去而上面凸出來，右邊的答案是中列的右邊凹進去而左邊凸出來，其實兩者的構造相同，差別只是旋轉90度而已。

圖4的答案是橫數規律1、3、5的塔樓形。右邊的答案還算沒問題。左邊的答案是說城堡行走難以完成，硬要湊答案的話，玩家必須設立一個新起點，而且第八步到第九步是連不到一起的，如此好像騎士一躍而過，就當是閩南語說偷吃步啦？！

圖4

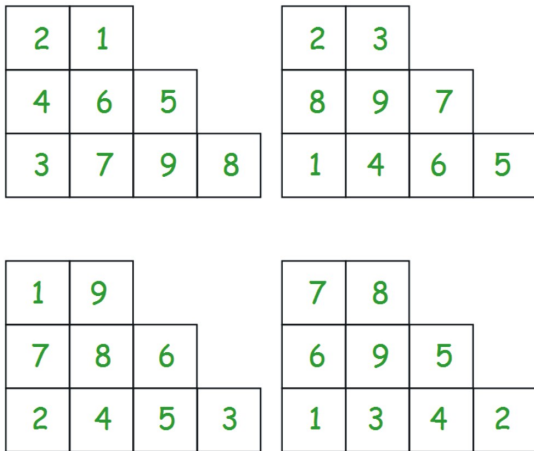
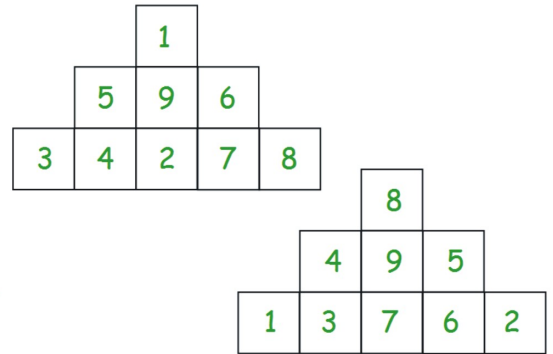
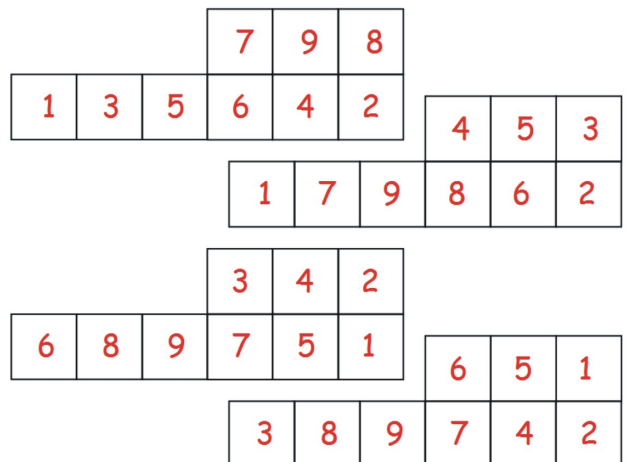


圖5

圖5的答案是橫數規律2、3、4的階梯形，共有四種構造。其中右下角答案，第7、9步可以互換。

圖6的答案是橫數規律3、6的階梯形，共有四種構造。

圖6



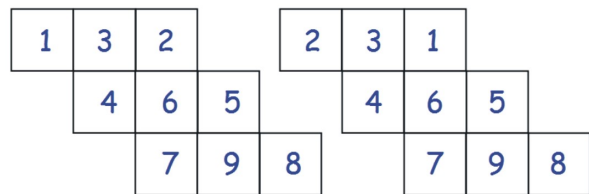
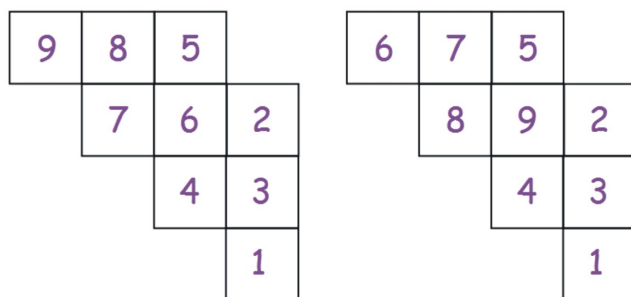


圖7

圖7的答案也是一種九宮格的變體，即橫數規律3、3、3的矩形，上下二列各自往相反方向移動一格，重新斜排為階梯形，共有二種構造。

圖8的答案為橫數規律3、3、2、1的階梯形，玩家視線順時針傾斜45度看去是左右對稱的，看來像隻歪歪的蝙蝠，共有二種構造。

圖8



在本文中，為方便比較城堡的走法起見，我一概採用九連方塊為練習用的空白數陣，即模擬棋盤。不過九連方塊的樣式變化真的很多，以上我只列舉幾種特徵比較明顯的答案而已，限於篇幅，我也無法逐一窮舉，尚請列位看官見諒。

西洋棋給我的觀感是一種體現封建制度的棋盤遊戲，而所有棋盤遊戲可說都是一種數學性質的戰爭遊戲，戰場頗狹隘，棋子也有限，花費也很少。一般而言，競賽持續時間不用太長，即可勝負分明。仔細品味西洋棋各式棋子，令我感到奇怪的是，國王、皇后、主教、騎士、兵卒，都是大人物、小人物，只

有城堡是座建築物，而且就其機能而言，顯得名不副實。真實的城堡都是固著的龐然大物，而棋盤上的城堡卻彷彿是一輛進退自如的戰車。何以城堡會行走自如呢？

我對這個怪現象的想法是，以游牧民族來說，群眾必須逐水草而居，沒有固定的城池。宿營時部落往往以車隊構成環形防線，以便巡邏、警戒、防禦。像客家村庄的圍龍居、圍龍屋也是如此設計的，頗有異曲同工之妙。而屏東縣恆春鎮旁有個車城鄉，最著名的便是海洋生物博物館。至於車城得名，到底是造車之城、搭便車之城，還是以車輛為城，俺可真是猜不透呢！反正

城中可以藏車，用車以便保城就是了。我想，只要看懂車城得名的由來，也就不難體會城堡會自行移動的奧妙了。

以下我便總結城堡折返跑的幾點規則：一、城堡行走的起點位在棋盤內的某一格，可由玩家自由選定。而且玩家由此格開始記錄行走數。二、除非碰到邊界或障礙，城堡當循直行或橫列，一路行走到底，不得中途停止或轉向。三、因為不可抗力的原因，城堡必須停頓的那一格，玩家應依序寫明下一個行走數。四、如同填字遊戲一般，玩家可在棋盤內設立若干障礙。已記錄有行走數的格子，即當作一格障礙。五、藉由城堡持續行走，玩家應設法使行走數填滿整個棋盤，而其終點也位在棋盤內的某一格。

咦，看官您感到奇怪嗎？怎麼突然冒出障礙啦！此處說的障礙，我想便是既定的禁區，換個觀點說，玩家由棋盤內部邊界所圍成的無人地帶。至於玩家怎樣在棋盤上設置障礙呢？其實這也是美術的問題，就好比視窗系統的小遊戲《踩地雷》一樣，地雷可以隨機分布。為了簡單說明，以下我只使用四行、四列的正方形棋盤，並假設內部只有兩格障礙。障礙記號xo。沒辦法，這叫避重就輕，障礙太多的話，城堡便無法完成整個棋盤行走啦！

圖9的答案是兩格障礙相隔離的情況，共有二種構造。看看左邊的答案，第12、14步可以互換。圖

10的答案是兩格障礙相連的情況，共有二種構造。圖11左邊的答案也

圖9

1	3	4	2
xo	11	12	xo
8	14	13	7
9	10	5	6

1	3	2	xo
11	12	7	8
10	13	14	9
xo	4	6	5

圖10

1	xo	xo	4
7	9	12	8
6	14	13	5
2	10	11	3

1	5	xo	xo
8	10	11	9
7	6	13	14
2	4	12	3

圖11

1	3	4	2
xo	xo	6	7
10	12	11	9
14	13	5	8

1	3	7	2
xo	12	14	13
10	11	8	xo
9	4	6	5

是兩格障礙相連的情況，經過嘗試錯誤，玩家可以使城堡行走完成；其中第11、12、13、14步，可以顛倒順序而行。右邊的答案是兩格障礙相隔離的情況，但是城堡行走難以完成。硬要湊答案的話，玩家必須設立一個新起點，而且第八步到第九步是連不到一起的，如此好像騎士一躍而過，就當是閩南語說偷吃步啦？！

簡單說，玩家可以事先設計棋盤的形狀與障礙，然後在棋盤上令城堡出發，效法填字遊戲，走一走，停一停，記一記，數字滿了便可交差了事。然而城堡折返跑也不是萬

靈丹，並非所有的棋盤狀況都可以讓玩家試得出答案。如果棋盤仍然有空格不得滿足的話，玩家只消再找個風水比較好的空格，給城堡另外起個頭，繼續行走囉！總而言之，玩家可以不限一次，幾次運用城堡行走，啟程次數愈少愈佳，直到用行走數填滿整個棋盤為止，此謂止於至善。

值得注意的是，所設計的棋盤如果有同樣的形狀與障礙，玩家試驗城堡行走，可能不只一種答案。而棋盤的形狀、障礙不一樣，城堡的走法也有所不同。我想此間也沒甚麼秘訣可言，所謂見招拆招，嘗試錯誤而已。

棋盤在古代稱為枰，說到棋盤的模樣，上述所謂橫數規律是由上而下，逐列計算棋盤有幾格；而直數規律是由左而右，逐行計算棋盤有幾格。如此縱橫方式的格子算術其實早已有之，外國就有個好玩的數學遊戲，叫作《發現小船》，還有什麼《發現小花》，便是這麼設計的小玩意兒。我看過，書店裏就有介紹小船、小花的遊戲書，跟數獨的書籍放在一塊兒呢！

數學遊戲嘛，自己一個人玩總是比較無聊、孤獨啦！我想城堡折返跑或許可以跟圍棋相結合，改成雙人對戰的新玩法。棋盤可以用現成的圍棋棋盤、象棋棋盤，或是西洋棋棋盤。棋子有黑有白，用以代替城堡，玩家各持黑子、白子對弈，好像五子棋一般輪流下子。一般而

言，玩家以黑子所在格記為奇數，白子所在格記為偶數。不過白子行走必須延續上一步的黑子位置，持白子玩家任選一個方向行走到下一格；反之，黑子行走必須延續上一步的白子位置，持黑子玩家任選一個方向行走到下一格，依此類推。如果雙方棋子最後能填滿棋盤，便是和局。至於輸贏之判定，是看誰把棋盤上的空格連通空間截斷，一分为二了。所以玩家一方面要延續對方棋子前一步的行走，一方面應設法在後一步選好己方棋子行走的方向、位置，以迫使對方棋子接續行走時會隔斷棋盤上的空格連通空間，便可獲勝。

俗話說得好，人生如戲，世事如棋。按照萬物皆數的數學史觀，歷史者，世事也，既然各種棋盤遊戲普遍帶有一定的數學性質，玩家怎樣從其間找到好玩的新把戲呢？！可說是娛樂數學的靈感泉源與熱力噴泉。雖不能說是取之不盡，用之不竭……，然而簡單簡單，卻也可以消磨時光，全家人親子同樂，令人人愛不釋手了。友聲

作者簡介

田銘莒

電工78級，退伍後求學於中山大學電機工程研究所，曾致力探討注音翻譯法，並對數學產生濃厚興趣。曾服務於鋼鐵業及工研院，目前從事敬業樂群、誨人不倦的教育工作。