

算算看 年月日展期

數學閒話

文 / 圖 田銘菖



圖一

烈日炎炎，時值盛暑，口渴難耐，光芒刺目，且看哪邊涼快，哪邊乘涼去吧！話說去年暑假，我有幸參加一次進修研習，名曰遇見文學。早上我在蓮池潭附近的訓練中心聽講，下午是集體去府城的臺灣文學館參觀。老實說，俺會參加這種進修研習，還是愛妻鼓勵我報名的，至於態度嘛？哦……，我也實不相瞞，跑去吹吹冷氣，混混時間罷了，其實加減加減，總是如此頹廢

的嘛！

午餐後，大家坐遊覽車到了臺灣文學館，一票人下車後，四處看看古厝與模型。我覺得自己看起來也挺有文藝氣息的，真沒有的話，為了撐一下場面，至少也要裝兩下吧！反正最高原則，裝得像便是了。後來聽過導覽，樓上、樓下走了一圈，我也感到有點累了，就自個兒坐在大廳旁邊的涼椅上歇一會兒。

這棟老房子是日本時代的紅磚建築，為舊有臺南州州廳，光復後曾經是空軍供應司令部、台南市政府所在。這個大廳是整間挑高的，裝潢雖然稱不上華麗，卻也透露出一股樸素的美感，寧靜中更見雅緻。正在想入非非的時候，看著，看著，我注意到有張橫幅布條高掛在上方，上頭說：「文海瀚墨：古典詩人捐贈展」，8月24日到11月28日。展品都是文人家屬所捐贈之手稿、圖書、照片近四十件，多為年代久遠的珍貴史料與善本書籍，可一窺日治時期以來台灣古典詩人的詩詞書寫樣貌，極具研究價值。

(如附圖1，感謝臺灣文學館提供。)

說時遲，那時快，電光火石一般，天雷勾動地火，我忽然想到，這段展期一共有幾天呢？而標明展期的首尾月數、首尾日數，四數之和，會不會等於這段展期的全部天數呢？嗯……，我想應該是可以算它一算，有可能會得到相同的答案呢！

當時正值午睡時刻，我可是勉強打起精神，想想看要怎樣計算展期與核對答案。我先看8月的展覽天數，31減24，等於7，而頭尾都要算進去，再加1，得8；9月有30天；10月有31天；11月只須算到28天。所以這段展期的全部天數是 $8 + 30 + 31 + 28$ ，等於97。而首尾月數、首尾日數，四數之和是 $8 + 24 + 11 + 28$ ，等於71。哎呀，兩者答案不同，太可

惜(taxi)了！不過挺妙的是，這兩個答案都是質數呢！

於是回家後，我便找了張草稿紙，提筆假設首尾月數、首尾日數，並驗算四數之和，是不是可以等於這段展期的全部天數。

為了簡化計算，我暫且不考慮平年或閏年的區別，一年都當成365天來算。此處我得囉唆一下，為了避免用詞混淆，所謂天數是指展期的計數符號，共有幾個日日夜夜，而年數、月數、日數則是陽曆的記數符號。

茲設首月日為1月17日，尾月日為2月2日；首尾月數、首尾日數，四數之和為22，此段展期的全部天數是31減(17減1)，加2，等於17。兩者答案不同也！

茲設首月日為1月10日，尾月日為2月10日；首尾月數、首尾日數，四數之和為23，此段展期的全部天數是31減(10減1)，加10，等於32。兩者答案不同也！

茲設首月日為2月14日，尾月日為3月11日；首尾月數、首尾日數，四數之和為30，此段展期的全部天數是28減(14減1)，加11，等於26。兩者答案不同也！

此時我注意到，26跟30二數只差4。於是玩家無妨猜一猜，令展期向前延

伸2日，則首尾月數、首尾日數，四數之和便可以少2，而此段展期的全部天數可以加2，兩相抵銷差距，如此玩家應該可以湊出一個答案了。

茲設首月日為2月12日，尾月日為3月11日；首尾月數、首尾日數，四數之和為28，此段展期的全部天數是28減(12減1)，加11，等於28。兩者答案相同啦！哇呼，到手啦！

茲設首月日為3月12日，尾月日為4月7日；首尾月數、首尾日數，四數之和為26，此段展期的全部天數是31減(12減1)，加7，等於27。兩者答案不同也！

茲設首月日為4月13日，尾月日為5月8日；首尾月數、首尾日數，四數之和為30，此段展期的全部天數是30減(13減1)，加8，等於26。兩者答案不同也！

此時我注意到，26跟30二數只差4。於是玩家無妨猜一猜，令展期向前延伸2日，則首尾月數、首尾日數，四數之和便可以少2，而此段展期的全部天數可以加2，兩相抵銷差距，如此玩家應該可以湊出一個答案了。

茲設首月日為4月11日，尾月日為5月8日；首尾月數、首尾日數，四數之和為28，此段展期的全部天數是30減(11減1)，加8，等於28。兩者答案相同啦！哇呼，到手啦！

設首月日為4月13日，尾月日為5月6日；首尾月數、首尾日數，四數之和為28，此段展期的全部天數是30減(13減1)，加6，等於24。兩者答案不同也！

茲設首月日為6月13日，尾月日為7月20日；首尾月數、首尾日數，四數之和為46，此段展期的全部天數是30減(13減1)，加20，等於38。兩者答案不同也！

此時我注意到，38跟46二數只差8。於是玩家無妨猜一猜，令展期向前滑移4日，則首尾月數、首尾日數，四數之和便可以少8，而此段展期的全部天數可以不變，46減掉8等於38，如此玩家應該可以湊出一個答案了。

茲設首月日為6月9日，尾月日為7月16日；首尾月數、首尾日數，四數之和為38，此段展期的全部天數是30減(9減1)，加16，等於38。兩者答案相同啦！哇呼，到手啦！

不過，以上展期計算都侷限在同一年之內，而且是平年的情況。靠著亂猜亂湊，俺幸運的找到了三個答案，然而這樣的做法只是瞎子摸象，畢竟是長久之計。嘗試錯誤歸嘗試錯誤，懶惰的我還是勉強湊合了一段迴圈相套的程式，就讓電腦去做苦工吧！在此我以閏年為例，而且此段程式內之所謂首年、尾年，其實都是同一年，簡明程式如下。

註 設定本年各月日數，本年為閏年。

一月有31日，二月有29日，三月有31日，四月有30日，五月有31日，六月有30日，七月有31日，八月有31日，九月有30日，十月有31日，十一月有30日，十二月有31日。

始迴圈，各月數由1到12，印出各月日數，終。

註 各月一日是本年中第幾日，為序數。

一月一日是本年中第幾日為1。

印出一月一日是本年中第幾日。

始迴圈，各月數由2到12，

「各月一日是本年中第幾日」等於

其前月一日是本年中第幾日加其前月日數，

印出「各月一日是本年中第幾日」，

終。

累計數為零。

始迴圈，首年逐日數從1到366，

始迴圈，各月數由1到12，

如果首年逐日數大於等於「各月一日是本年中第幾日」，

則首月數等於各月數，首日數等於

首年逐日數減「各月一日是本年中第幾日」，加1，

結束。

終。

註 印出首月數、首日數。

始迴圈，尾年逐日數從1到366，

始迴圈，各月數由1到12，

如果尾年逐日數大於等於「各月一日是本年中第幾日」，

則尾月數等於各月數，尾日數等於

尾年逐日數減「各月一日是本年中第幾日」，加1，

結束。

終。

註 印出尾月數、尾日數。

如果首尾月數、首尾日數，四數之和等於
尾年逐日數減首年逐日數，加1，
則累計數改為累計數加1，印出累計數，
印出首尾月數、首尾日數。

結束。

終。

終。

程式跑出來的結果如下。

首月日為3月27日，尾月日可以是五月各日，共31個答案。
首月日為4月11日，尾月日可以是五月各日，共31個答案。
首月日為4月26日，尾月日可以是六月各日，共30個答案。
首月日為5月25日，尾月日可以是七月各日，共31個答案。
首月日為6月9日，尾月日可以是七月各日，共31個答案。
首月日為6月24日，尾月日可以是八月各日，共31個答案。
首月日為8月22日，尾月日可以是十月各日，共31個答案。
首月日為9月6日，尾月日可以是十月各日，共31個答案。
首月日為9月21日，尾月日可以是十一月各日，共30個答案。
首月日為10月20日，尾月日可以是十二月各日，共31個答案。
首月日為11月4日，尾月日可以是十二月各日，共31個答案。

以上合計339個答案，只適用於閏年喔！考慮平年的話，玩家只消把以上程式的二月日數改為28即可，程式跑出來的結果如下。

首月日為1月28日，尾月日可以是三月各日，共31個答案。
首月日為2月12日，尾月日可以是三月各日，共31個答案。
首月日為2月27日，尾月日可以是四月各日，共30個答案。

然後接下來的答案都是不越過2月29日的情況，所以都跟閏年的答案一樣。由此可知，平年的答案比閏年的答案多出92個，共有431個答案。此外我得說明，上述結果全都是在同一年的情況，沒有跨年計算的答案。

一般說來，某段展期的完整記法是要把陽曆的年數、月數、日數，都給交代清楚，纔能算數。是以原來的問題就可以蛻變成，玩家先算出這段展期的全部天數，然後檢核標明展期的首尾年數、首尾月數、首尾日數，六數之和會不會等於這段展期的全部天數呢？嗯……，我想還是可以試算看看，只不過是變數更多而已。今年適逢兔年，歲次辛卯，既是民國100年，也是佛曆2554年、西元2011年、回教1432年。為了不讓數字過度膨脹，以減少繁瑣的計算，在此我只運用民國年計算。當然列位看官更有興趣的話，也可以用用看佛曆年、西元年、回教年，或者是一些盛事、祖宗、君主、皇帝的紀元年，然後檢核標明展期的首尾年數、首尾月數、首尾日數，六數之和是否等於這段展期的全部天數。

要是玩家考慮跨年計算的情形，答案自然是大不相同囉！其實也用不著大幅修正程式，玩家只須把後面的判斷式改一改便行了。

如果首尾年數、首尾月數、首尾日數，六數之和等於
全年總天數減首年逐日數，加1，加尾年逐日數，
則累計數改為累計數加1，印出累計數，
印出首尾年數、首尾月數、首尾日數。
結束。

如此一來，玩家便可計算某段展期的全部天數，並計算首尾年數、首尾月數、首尾日數，六數之和，予以彼此檢核。這樣的算法有一大好處，便是玩家可以跨年計算，也可以不跨年計算，悉聽尊便。

廢話少說，開始計算，此處我假設首尾兩年在99年、100年之間，程式跑得結果如下。

從99年7月4日到100年二月各日，共28個答案。
從99年8月31日到100年五月各日，共31個答案。
從99年9月15日到100年五月各日，共31個答案。
從99年9月30日到100年六月各日，共30個答案。
從99年10月29日到100年七月各日，共31個答案。
從99年11月13日到100年七月各日，共31個答案。
從99年11月28日到100年八月各日，共31個答案。

以上合計213個答案，而首尾兩年都不是閏年，乃是平年。然後搞一點單純化吧！此處我假設首尾兩年都在100年，程式跑得結果如下。

從100年1月2日到100年八月各日，共31個答案。

從100年1月17日到100年九月各日，共30個答案。

從100年2月1日到100年九月各日，共30個答案。

從100年3月1日到100年十月各日，共31個答案。

從100年3月16日到100年十一月各日，共30個答案。

以上合計152個答案。

為了方便核對答案，此處我便附上民國99年與100年的年曆，民國99年的年曆如圖2，民國100年的年曆如圖3。

民國九十九年											
一月			二月			三月			四月		
日	一	二	三	四	五	六	日	一	二	三	四
1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5
8	9	10	11	12	13	14	7	8	9	10	11
15	16	17	18	19	20	21	14	15	16	17	18
21	22	23	24	25	26	27	21	22	23	24	25
28	29	30	31				28	29	30	31	
							25	26	27	28	29
31							30	31			
五月			六月			七月			八月		
1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5
8	9	10	11	12	13	14	4	5	6	7	8
15	16	17	18	19	20	21	11	12	13	14	15
22	23	24	25	26	27	28	20	21	22	23	24
29	30	31					25	26	27	28	29
30	31						31				
九月			十月			十一月			十二月		
1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5
8	9	10	11	12	13	14	3	4	5	6	7
15	16	17	18	19	20	21	10	11	12	13	14
22	23	24	25	26	27	28	27	28	29	30	31
29	30	31					29	30	31		

圖二

說來我有些守舊懷古的老毛病，於是便想去計算民國早年的展覽天數，看看首尾年數比較小的狀況如何。此處我假設首尾兩年在民國元年、2年之間，程式跑得結果如下。從1年12月8日到2年一月各日，共31個答案。從1年12月23日到2年二月各日，共28個答案。以上合計59個答案，而民國元年是閏年，民國2年是平年。

接著，我假設首尾兩年在民國3年、4年之間，程式跑得結果如下。

民國一百年											
一月			二月			三月			四月		
日	一	二	三	四	五	六	日	一	二	三	四
1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5
8	9	10	11	12	13	14	5	6	7	8	9
15	16	17	18	19	20	21	12	13	14	15	16
22	23	24	25	26	27	28	20	21	22	23	24
29	30	31					26	27	28	29	30
31							31				
五月			六月			七月			八月		
1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5
8	9	10	11	12	13	14	5	6	7	8	9
15	16	17	18	19	20	21	12	13	14	15	16
22	23	24	25	26	27	28	19	20	21	22	23
29	30	31					26	27	28	29	30
31							31				
九月			十月			十一月			十二月		
1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5
8	9	10	11	12	13	14	3	4	5	6	7
15	16	17	18	19	20	21	10	11	12	13	14
22	23	24	25	26	27	28	20	21	22	23	24
29	30	31					26	27	28	29	30

圖三

從3年12月6日到4年一月各日，共31個答案。從3年12月21日到4年二月各日，共28個答案。以上合計59個答案，而民國3年、4年都不是閏年，乃是平年。

再接再勵，我假設首尾兩年在民國5年、6年之間，程式跑得結果如下。從5年12月4日到6年一月各日，共31個答案。從5年12月19日到6年二月各日，共28個答案。以上合計59個答案，而民國5年是閏年，民國6年是平年。

最後，我假設首尾兩年在民國7年、8年之間，程式跑得結果如下。從7年12月2日到8年一月各日，共31個答案。從7年12月17日到8年二月各日，共28個答案。以上合計59個答案，而民國7年、8年都不是閏年，乃是平年。

很巧，答案個數都一樣呢！

列位看官當可看出，這些答案好像等差數列，似乎有逐年推移的現

象呢！

玩家使用以上程式計算，雖然也可找到一些個答案，然而首尾兩年都是平年；不然就是一個閏年、一個平年，但是展期計算並未跨越閏日，即2月29日。所以在以下程式中，我必須考慮首尾兩年在一個平年、一個閏年之間，互為先後的情況，並且使展期之計算可以跨越閏日，即2月29日。看一看有甚麼不一樣的結果呢？

註 展期計算從平年到閏年。

註 設定平年各月日數。

一月、三月、五月、七月、八月、十月、十二月各有31日，四月、六月、九月、十一月各有30日，二月有28日。

註 設定閏年各月日數。

二月有29日，其餘同平年。

註 各月一日是平年中第幾日，為序數。

一月一日是平年中第幾日為1。

印出一月一日是平年中第幾日。

始迴圈，各月數由2到12，

「各月一日是平年中第幾日」等於

其前月一日是平年中第幾日加其前月日數，

印出「各月一日是平年中第幾日」，

終。

註 各月一日是閏年中第幾日，為序數。

一月一日是閏年中第幾日為1。

印出一月一日是閏年中第幾日。

始迴圈，各月數由2到12，

「各月一日是閏年中第幾日」等於

其前月一日是閏年中第幾日加其前月日數，

印出「各月一日是閏年中第幾日」，

終。

累計數為零。註 後半段起。

始迴圈，首年逐日數從1到365，

始迴圈，各月數由1到12，

如果首年逐日數大於等於「各月一日是平年中第幾日」，

則首月數等於各月數，首日數等於

首年逐日數減「各月一日是平年中第幾日」，加1，

結束。

終。

註 印出首月數、首日數。

始迴圈，尾年逐日數從1到366，

始迴圈，各月數由1到12，

如果尾年逐日數大於等於「各月一日是閏年中第幾日」，

則尾月數等於各月數，尾日數等於

尾年逐日數減「各月一日是閏年中第幾日」，加1，

結束。

終。

註 印出尾月數、尾日數。

如果首尾年數、首尾月數、首尾日數，六數之和等於

全年總天數(365)減首年逐日數，加1，加尾年逐日數，

則累計數改為累計數加1，印出累計數，

印出首尾年數、首尾月數、首尾日數。

結束。

終。

終。

嘔嘔，如果展期計算是從閏年到平年，那該怎麼辦呢？這個倒也不難，玩家只須修改程式後半段的兩個相套迴圈即可。玩家不是把閏年套進平年，就是把平年套進閏年，反正連續兩年，新衣服套套看，沒啥了不得吧！

累計數為零。註 後半段起。

始迴圈，首年逐日數從1到366，

始迴圈，各月數由1到12，

如果首年逐日數大於等於「各月一日是閏年中第幾日」，

則首月數等於各月數，首日數等於

首年逐日數減「各月一日是閏年中第幾日」，加1，

結束。

終。

註 印出首月數、首日數。

始迴圈，尾年逐日數從1到365，
始迴圈，各月數由1到12，
如果尾年逐日數大於等於「各月一日是平年中第幾日」，
則尾月數等於各月數，尾日數等於
尾年逐日數減「各月一日是平年中第幾日」，加1，
結束。
終。

註 印出尾月數、尾日數。
如果首尾年數、首尾月數、首尾日數，六數之和等於
全年總天數(366)減首年逐日數，加1，加尾年逐日數，
則累計數改為累計數加1，印出累計數，
印出首尾年數、首尾月數、首尾日數。
結束。
終。
終。

如果玩家使用其他曆法，因為首尾年數可能變化較大，則玩家應以首年固定，往後估計尾年落點，或以尾年固定，往前估計首年落點，並將後面的判斷式修改修改，以配合展期的跨度，一併考慮其中非首尾年的平年個數與閏年個數。玩家必須估計、定位、計量，是為算術三部曲，判斷式之簡易程式如下。

如果首尾年數、首尾月數、首尾日數，六數之和等於
全年總天數減首年逐日數，加1，加尾年逐日數，
加上【首年、尾年間之諸年總天數】，
則累計數改為累計數加1，印出累計數，
印出首尾年數、首尾月數、首尾日數。
結束。

其中諸年總天數是在首年、尾年之間，各平年總天數與各閏年總天數之和。各平年總天數是365乘以平年個數之積，各閏年總天數是366乘以閏年個數之積。嗯嗯，計算過程是繁瑣些，並無困難，如此而已。

玩家當然也可以把類似的展期計算方式擴展到時間層面，可跨日亦可不跨日，計算從幾時幾分，到幾時幾分，共有幾分鐘；或是玩家有如按碼碼一般，可跨日亦可不跨日，計算從幾時幾分幾秒，到幾時幾分幾秒，共有幾秒鐘；玩家也可以搞個大通吃，

計算從某年某月某日幾時幾分，到某年某月某日幾時幾分，共有幾分鐘；或是計算從某年某月某日幾時幾分幾秒，到某年某月某日幾時幾分幾秒，共有幾秒鐘。呵呵呵，真是無聊透了！限於篇幅，牽涉到時、分、秒的展期計算，我看還是先放進冰箱裡冷藏冷藏吧！

回顧古代數學發展，看官您可以發現，曆法必然是其中的重頭戲。為什麼呢？因為古人計算年、月、日，哪時候要置閏月？哪時候要置閏年？這些都需要精密的計算。古代不比現代，古人沒有鐘錶、電腦、手機可用。望遠鏡發明之前，古人光憑肉眼與簡單的儀器測量日月星辰，又還沒有對數表、計算尺、計算機，其實曆法並不是那麼好算哪！回到前面我參加的進修研習，名曰遇見文學，其實我倒也有一些收穫與感想。我想，文學與數學畢竟帶有各自不同的風味，怎麼說呢？我以為，數學美比較單純，文學美比較複雜。欣賞數學時，吾人並不需要太多的人生體驗，欣賞文學則需要一些息息相關的人生體驗纔行。所謂文以明道、文以說理、文以開懷、文以表情，大家能瞭解箇中的哭、笑、血、淚、汗、甘、苦、悅、辛、酸……，纔會有更深入的聯想、共鳴與感動。即便是寥寥數語，或輕描，或淡寫，也可以發人深省，乃至於難以忘懷。舉個例子說吧，大家看看那些古典情色小說，為何裡頭經常提到不少

少年家想追美眉的猴急勁兒？想想自己以前的輕狂言行，當可歎領神會，那種細節可以想像想像，不就立刻明白了嗎！

我想，文學與數學的寫作與欣賞，既是對立的，而在對立中也帶有統一的特性。凡人都有慾性、理性、感性。文學與數學的應用符號不一樣，其理性之運作自是不同，而其感性與慾性的反應卻相當接近，都是要探求、追尋真、善、美的永恆。真的嗎？無所證明，想當然耳！

好啦，先甭提甚麼永恆不永恆，對於玩家來說，愛玩而且好玩，解除無聊纔是要緊哪！所以，我想無聊透頂時，倒是可以利用上述展期之計算，求出某女子生日與某男子生日之間，相差了幾天，或是當作一段展期來試算看看，一共有幾天；並以男女年數、男女月數、男女日數，六數之和，予以互相比較，是否與展覽天數相同呢？玩家不妨從中尋覓看看。如果兩個答案不同的話，有什麼天機或地機可言呢？雖然玩家明知此等計算無甚意義，倒也可以幫忙打發時間，蓋插科打諢者，博諸君一笑耳！

今年適逢中華民國建國壹佰週年，謹以此文為之慶賀。友聲

田銘菖

作者簡介
電工78級，退伍後求學於中山大學電機工程研究所，曾致力探討注音翻譯法，並對數學產生濃厚興趣。曾服務於鋼鐵業及工研院，目前從事敬業樂群、誨人不倦的教育工作。